Höhere Technische Mechanik

Teil 2

Klausur vom 23. September 1999
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

Name :	Matr.- Nr. :

Hinweise:

Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

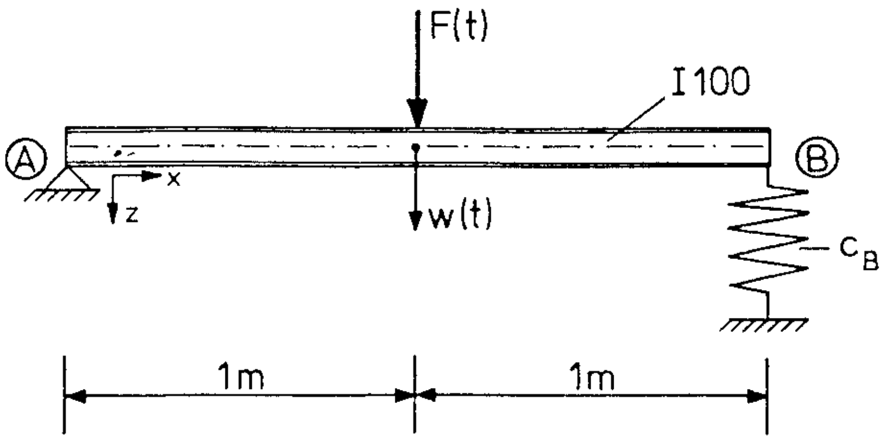
Aufgabe	1	2	Gesamt
Punkte	16	14	30
erreicht			

Aufgabe 1

In der Mitte des dargestellten einseitig elastisch gelagerten Trägers befindet sich ein Einzylinder-Hubkolbenmotor, der eine Masse von $m = 100$ kg besitzt. Der Motor läuft mit einer Drehzahl von $n = 800\ \text{min}^{-1}$. Infolge der nicht ausgeglichenen Massenkräfte 1. und 2. Ordnung wird der Träger durch die periodische Vertikalkraft

$$F(t) = 1000\text{N} \cdot (\sin\Omega\cdot t + 0{,}4\cdot\sin 2\cdot\Omega\cdot t)$$

beansprucht. Zur Berücksichtigung von Dämpfungseffekten kann ein Dämpfungsgrad $D = 0{,}1$ angesetzt werden. Die Masse des Trägers kann vernachlässigt werden.



Gegeben:

Federsteifigkeit : $c_B = 100$ N/mm

Träger I 100 : $E = 2{,}1\cdot 10^5$ N/mm^2

$I_y = 171$ cm^4

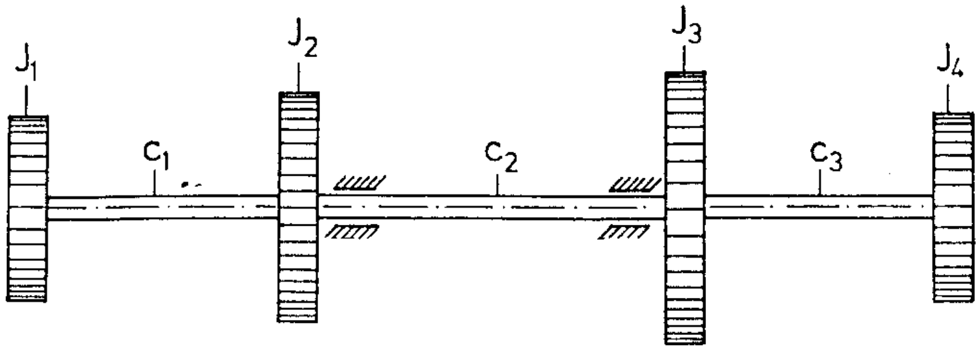
1) Bestimmen Sie die Federsteifigkeit des äquivalenten Feder-Masse Modells.

2) Ermitteln Sie das Ort-Zeit-Gesetz der Vertikalbewegung w(t) des Kraftangriffspunktes.

3) Bei welchen Drehzahlen gerät der Täger in Resonanz ?

Aufgabe 2

Unter Verwendung des Restgrößenverfahrens ermittle man die 2. Eigenkreisfrequenz des dargestellten ungefesselten Torsionsschwingers. Stellen Sie die zugehörige Eigenschwingungsform graphisch dar.
Beginnen Sie die Iteration mit $\tilde{\omega}_2^2 = 1400\ s^{-2}$. Die Iteration kann beendet werden, wenn der Betrag der Restgröße Δ kleiner als 1 wird.
(Hinweis: der gesuchte Wert ω_2^2 liegt oberhalb von $1400\ s^{-2}$.)



Gegeben:

Massenträgheitsmomente: $J_1 = 800\ kg{\cdot}m^2$, $J_2 = 1200\ kg{\cdot}m^2$, $J_3 = 1500\ kg{\cdot}m^2$, $J_4 = 800\ kg{\cdot}m^2$

Drehfedersteifigkeiten: $c_1 = 2 \cdot 10^6\ \frac{N \cdot m}{rad}$, $c_2 = 3 \cdot 10^6\ \frac{N \cdot m}{rad}$, $c_3 = 1{,}5 \cdot 10^6\ \frac{N \cdot m}{rad}$

zu 1)

$$c_{ges} = \frac{1}{\frac{a^2}{c_B \cdot l^2} + \frac{a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot l}}$$

$$c_{ges} = \frac{1}{\frac{(1000\,mm)^2}{100\,\frac{N}{mm} \cdot (2000\,mm)^2} + \frac{(1000\,mm)^2 \cdot (1000\,mm)^2}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2} \cdot 171 \cdot 10^4\,mm^4 \cdot 2000\,mm}}$$

$$c_{ges} = \frac{1}{0{,}0025\,\frac{mm}{N} + 0{,}000464123\,\frac{mm}{N}}$$

$$c_{ges} = 337{,}37\,\frac{N}{mm}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{ges}}{m}} = \sqrt{\frac{337{,}37 \cdot 10^3\,\frac{N}{m}}{100\,kg}} = 58{,}08\,s^{-1}$$

zu 2)

a) 1. Harmonische : $\hat{F}_1 = 1000\,N$

$$n = 800\,min^{-1}\ ; \quad \Omega = \frac{2\pi \cdot 800\,min^{-1}}{60\,\frac{s}{min}} = 83{,}78\,s^{-1}$$

$$\eta_1 = \frac{\Omega}{\omega_0} = \frac{83{,}78\,s^{-1}}{58{,}08\,s^{-1}} = 1{,}44$$

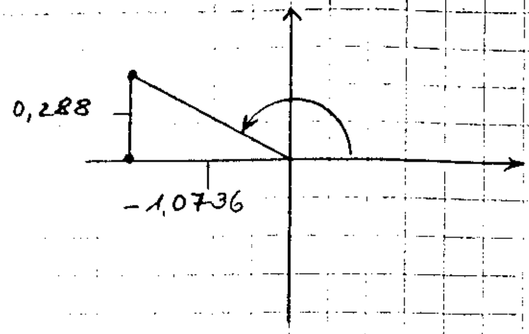
$$\hat{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta_1^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta_1^2}} \cdot \frac{\hat{F}_1}{c_{ges}}$$

$$\hat{w}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-1{,}44^2)^2 + 4 \cdot 0{,}1^2 \cdot 1{,}44^2}} \cdot \frac{1000\,N}{337{,}37\,\frac{N}{mm}} = 2{,}67\,mm$$

$$\gamma_1 = -\arctan \frac{2 \cdot D \cdot \eta_1}{(1-\eta_1^2)} = -\arctan \frac{2 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}44}{(1-1{,}44^2)}$$

$$\gamma_1 = -\arctan \frac{0{,}288}{-1{,}0736} = -\arctan(-0{,}2682)$$

$$\gamma_1 = -2{,}8795 \mathrel{\hat{=}} -164{,}98^\circ$$



$$\gamma_1 = -0{,}9165 \cdot \pi$$

b) <u>2. Harmonische</u> : $\hat{F}_2 = 0{,}4 \cdot 1000\,N = 400\,N$

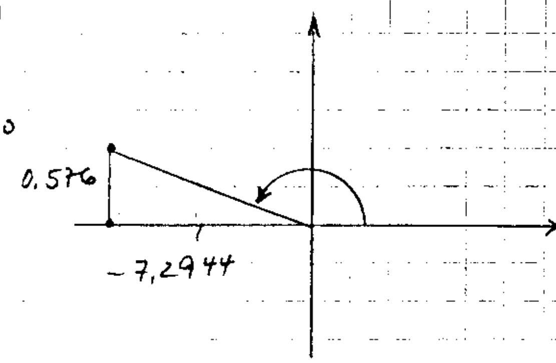
$$\eta_2 = \frac{2 \cdot 83{,}78\,s^{-1}}{58{,}08\,s^{-1}} = 2{,}88$$

$$\hat{w}_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-2{,}88)^2 + 4 \cdot 0{,}1^2 \cdot 2{,}88^2}} \cdot \frac{400\,N}{337{,}37\,\frac{N}{mm}} = 0{,}162\,mm$$

$$\gamma_2 = -\arctan \frac{2 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}88}{(1-2{,}88^2)} = -\arctan \frac{0{,}576}{-7{,}2944}$$

$$\gamma_2 = -\arctan(-0{,}0789)$$

$$\gamma_2 = -3{,}0629 \mathrel{\hat{=}} -175{,}49^\circ$$



$$\gamma_2 = -0{,}9749 \cdot \pi$$

c) <u>Superposition</u>

$$w(t) = \hat{w}_1 \cdot \sin(\Omega \cdot t + \gamma_1) + \hat{w}_2 \cdot \sin(2 \cdot \Omega \cdot t + \gamma_2)$$

$$w(t) = 2{,}67\,mm \cdot \sin(83{,}78\,s^{-1} \cdot t - 0{,}9165 \cdot \pi) + 0{,}162\,mm \cdot \sin(167{,}56\,s^{-1} \cdot t - 0{,}9749 \cdot \pi)$$

zu 3) $\eta_1^* = \frac{\Omega^*}{\omega_0} = 1 \Rightarrow \Omega^* = \omega_0 = 58{,}08\,s^{-1}$

$$n_1^* = \frac{\Omega^*}{2\pi} \cdot 60 = \frac{58{,}08\,s^{-1}}{2\pi} \cdot 60\,\frac{s}{min} = 554{,}62\,min^{-1}$$

$$\eta_2^* = \frac{2 \cdot \Omega^*}{\omega_0} = 1 \Rightarrow \Omega^* = \frac{\omega_0}{2} = 29{,}04\,s^{-1}$$

$$n_2^* = \frac{n_1^*}{2} = 277{,}31\,min^{-1}$$

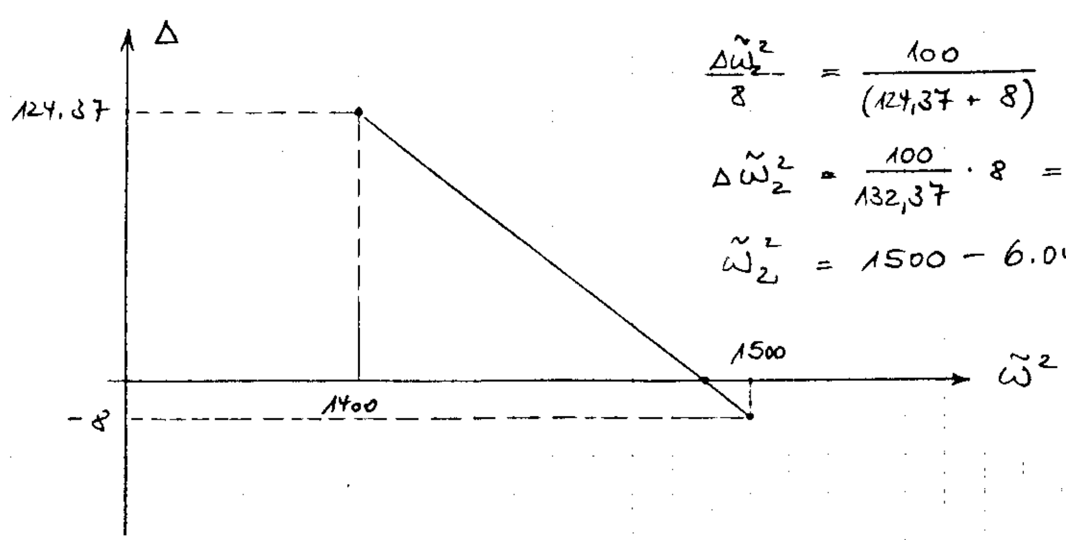
1. Iteration : $\tilde{\omega}_2^2 = 1400\ s^{-2}$

p	J_p $kg \cdot m^2$	C_p $\frac{N \cdot m}{rad}$	φ_p $\varphi_{p+1} = \varphi_p - S_p$	$J_p \cdot \varphi_p$	$S_p = \frac{\tilde{\omega}^2}{C_p} \cdot \sum_{i=1}^{p} J_i \cdot \varphi_i$
1	800	$2 \cdot 10^6$	1,0	800	0,56
2	1200	$3 \cdot 10^6$	0,44	528	0,6197
3	1500	$1{,}5 \cdot 10^6$	− 0,1797	− 269,55	0,9879
4	800	/	− 1,1676	− 934,07	/
			$\Delta =$	124,38	

2. Iteration: $\tilde{\omega}_2^2 = 1500\ s^{-2}$

p	J_p $kg \cdot m^2$	C_p $\frac{N \cdot m}{rad}$	φ_p $\varphi_{p+1} = \varphi_p - S_p$	$J_p \cdot \varphi_p$	$S_p = \frac{\tilde{\omega}^2}{C_p} \cdot \sum_{i=1}^{p} J_i \cdot \varphi_i$
1	800	$2 \cdot 10^6$	1,0	800	0,6
2	1200	$3 \cdot 10^6$	0,4	480	0,64
3	1500	$1{,}5 \cdot 10^6$	− 0,24	− 360	0,92
4	800	/	− 1,16	− 928	/
			$\Delta =$	− 8	

Interpolation



$$\frac{\Delta \tilde{\omega}_2^2}{8} = \frac{100}{(124{,}37 + 8)}$$

$$\Delta \tilde{\omega}_2^2 = \frac{100}{132{,}37} \cdot 8 = 6.04$$

$$\tilde{\omega}_2^2 = 1500 - 6.04 = 1493{,}96\ s^{-2}$$

3. Iteration: $\tilde{\omega}_2^2 = 1493,96\ s^{-2}$

p	J_p $kg \cdot m^2$	c_p $\frac{N \cdot m}{rad}$	φ_p $\varphi_{p+1} = \varphi_p - S_p$	$J_p \cdot \varphi_p$	$S_p = \frac{\tilde{\omega}^2}{c_p} \cdot \sum_{i=1}^{p} J_i \cdot \varphi_i$
1	800	$2 \cdot 10^6$	1,0	800	0,5976
2	1200	$3 \cdot 10^6$	0,4024	482,88	0,6388
3	1500	$1,5 \cdot 10^6$	−0,2365	−354,69	0,9245
4	800	/	−1,1610	−928,76	
			$\Delta =$	−0,57	

$$\omega_2 = \sqrt{1493,96\ s^{-2}} = 38,65\ s^{-1}$$

(exakter Wert: $\omega_2^2 = 1493,537\ s^{-2} \Rightarrow 38,646\ s^{-1}$)

2. Eigenschwingungsform