Höhere Technische Mechanik

Teil 3

Klausur vom 15. März 2001
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

Name :	Matr.- Nr. :

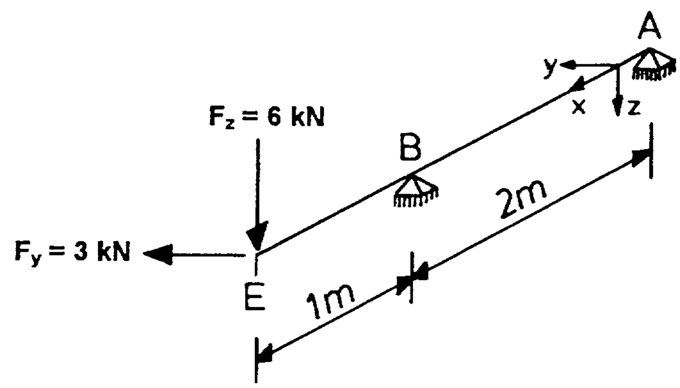
Hinweise:

Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

Aufgabe	1	2	3	Gesamt
Punkte	13	5	13	31
erreicht				

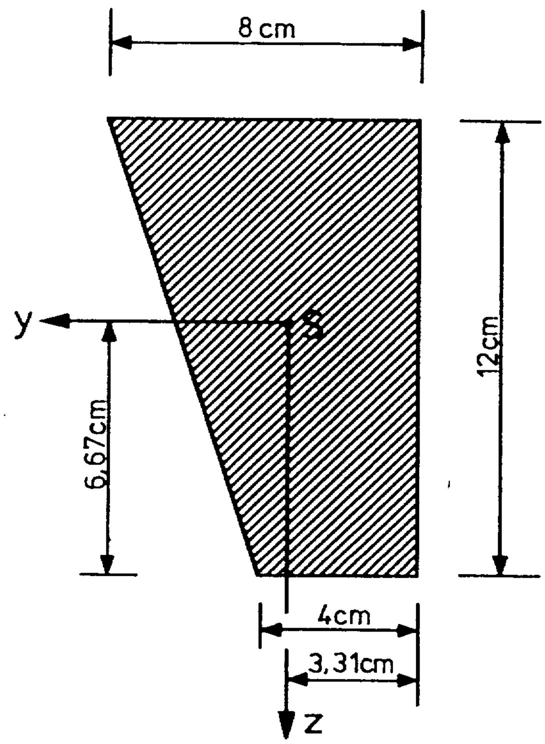
Aufgabe 1

Der dargestellte Träger aus Stahl St 37 ($E = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2) wird im Punkt E durch die angegebenen Kräfte $\bar{F}_y$ und $\bar{F}_z$ beansprucht. Der Träger soll mit dem abgebildeten Querschnitt ausgeführt werden, für den die angegebenen Flächenmomente ermittelt wurden.



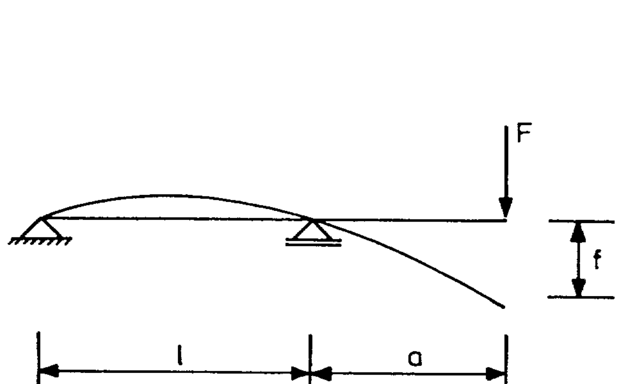
$I_y = 832{,}00$ cm^4
$I_z = 263{,}11$ cm^4
$I_{yz} = -138{,}67$ cm^4

Querschnitt



1) Ermitteln Sie Betrag und Richtung der resultierenden Verschiebung des Kraftangriffspunktes E.

2) Tragen Sie die Spannungsnulllinie in obenstehende Querschnittsskizze ein.



$$f = \frac{F \cdot a^2 \cdot (l + a)}{3 \cdot E \cdot I}$$

zu 1)

<u>Hauptachsen, Hauptflächenmomente</u>

$$\tan 2\varphi = -\frac{2 \cdot I_{yz}}{I_y - I_z} = -\frac{2 \cdot (-138{,}67\,cm^4)}{832\,cm^4 - 263{,}11\,cm^4} = 0{,}4875$$

$$2\varphi = 25{,}99° \Rightarrow \varphi = 12{,}99°$$

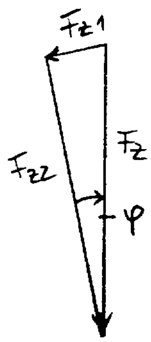
$$I_\eta = \frac{832 + 263{,}11}{2} + \frac{832 - 263{,}11}{2} \cdot \cos 25{,}99° - (-138{,}67\,cm^4) \cdot \sin 25{,}99°$$

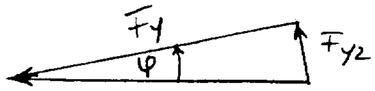
$$I_\eta = 864{,}00\ cm^4 = I_1$$

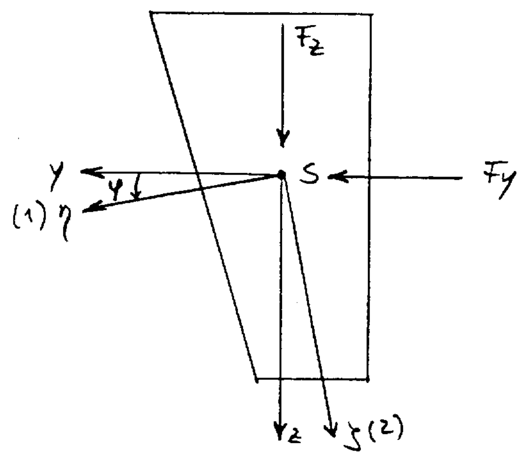
$$I_\zeta = \frac{832 + 263{,}11}{2} - \frac{(832 - 263{,}11)}{2} \cdot \cos 25{,}99° + (-138{,}67\,cm^4) \cdot \sin 25{,}99°$$

$$I_\zeta = 231{,}11\ cm^4 = I_2$$

<u>Zerlegung der Kräfte in die Hauptrichtungen</u>

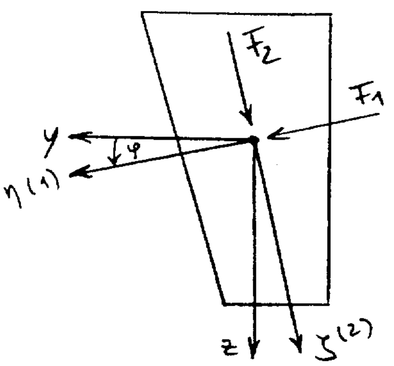






$$F_1 = F_{z1} + F_{y1} = 6\,kN \cdot \sin 12{,}99° + 3\,kN \cdot \cos 12{,}99° = 4{,}27\ kN$$

$$F_2 = F_{z2} + F_{y2} = 6\,kN \cdot \cos 12{,}99° - 3\,kN \cdot \sin 12{,}99° = 5{,}17\ kN$$



$$f_1 = \frac{4{,}27 \cdot 10^3\,N \cdot (1000\,mm)^2 \cdot 3000\,mm}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 231{,}11 \cdot 10^4\,mm^4}$$

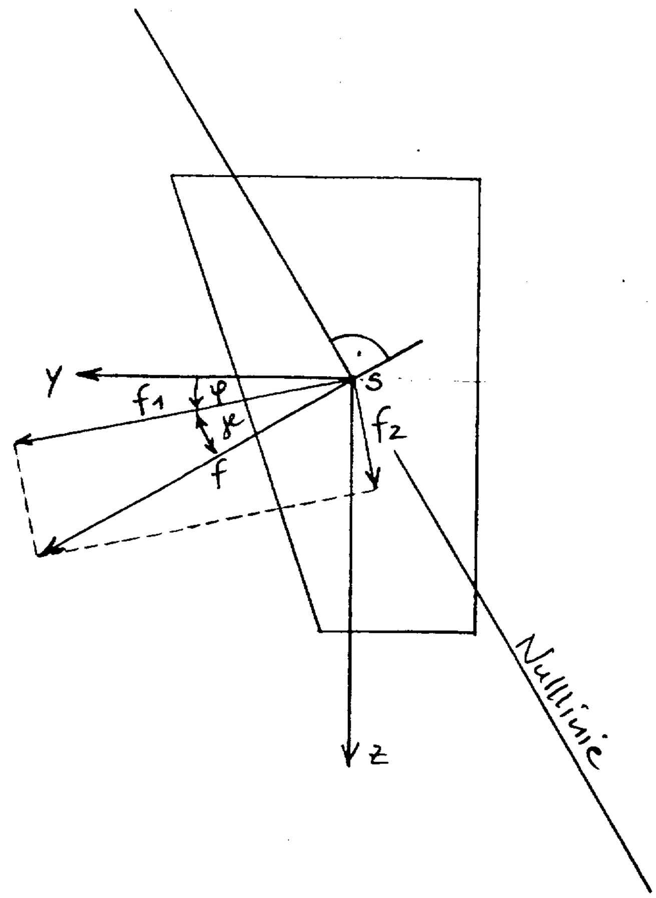
$$f_1 = 8{,}798\ mm$$

$$f_2 = \frac{5{,}17 \cdot 10^3\,N \cdot (1000\,mm)^2 \cdot 3000\,mm}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 864 \cdot 10^4\,mm^4}$$

$$f_2 = 2{,}849\ mm$$

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \sqrt{(8{,}798\,mm)^2 + (2{,}849\,mm)^2} = 9{,}248\ mm$$

$$\tan \varkappa = \frac{2{,}849\,mm}{8{,}798\,mm} = 0{,}3238 \Rightarrow \varkappa = 17{,}94°$$

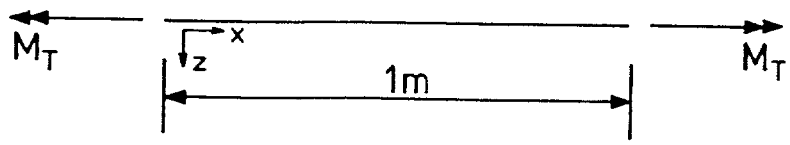


y
f_1
φ
γ
f
s
f_2
z
Nulllinie

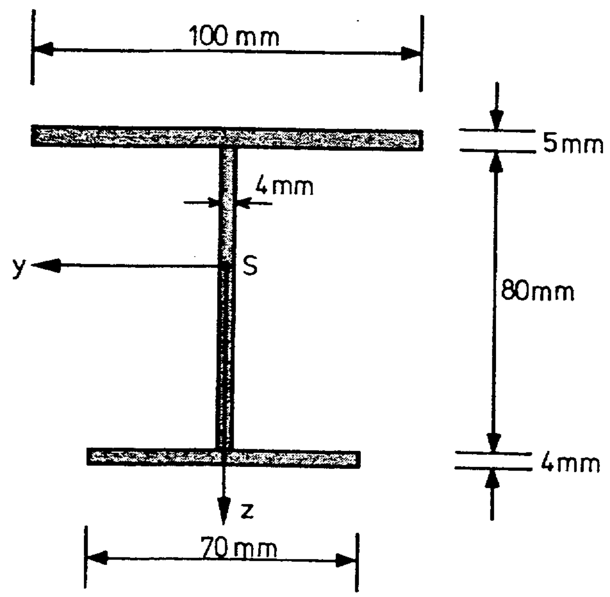
Aufgabe 2

Der dargestellte Stab aus Stahl St 37 ($G = 8{,}1 \cdot 10^4$ N/mm^2) wird an seinen Enden durch ein Torsionsmoment M_T beansprucht. Der Stab wird mit dem abgebildeten Querschnitt ausgeführt.

System



Querschnitt



Berechnen Sie das zulässige Torsionsmoment M_{Tzul}, wenn die zulässige Schubspannung $\tau_{zul} = 75$ N/mm^2 beträgt und die gegenseitige Verdrehung der Stabenden $\varphi = 5°$ nicht überschreiten darf.

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot \left[70\,mm \cdot (4mm)^3 + 80mm \cdot (4mm)^3 + 100mm \cdot (5mm)^3 \right]$$

$$I_T = 7366{,}67\,mm^4$$

$$zul\,M_T = \frac{\tau_{zul} \cdot I_T}{t_{max}} = \frac{75\,\frac{N}{mm^2} \cdot 7366{,}67\,mm^4}{5mm}$$

$$zul\,M_T = 110500\,N \cdot mm = 110{,}5\,N \cdot m$$

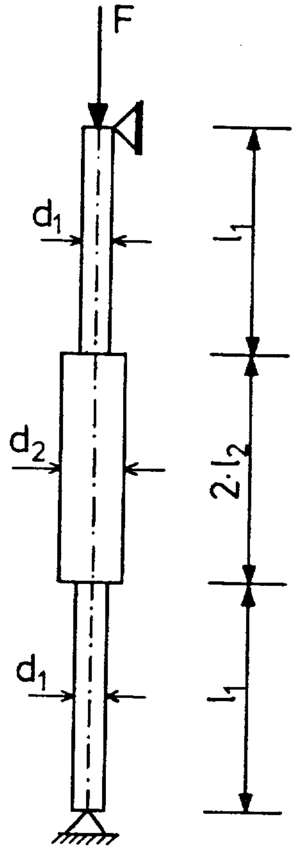
$$\varphi = \frac{M_T}{G \cdot I_T} \cdot l$$

$$zul\,M_T = \frac{\varphi \cdot G \cdot I_T}{l} = \frac{5° \cdot \frac{\pi}{180°} \cdot 8{,}1 \cdot 10^4\,\frac{N}{mm^2} \cdot 7366{,}67\,mm^4}{1000mm}$$

$$zul\,M_T = 52072\,N \cdot mm = 52{,}072\,N \cdot m$$

Aufgabe 3

Der dargestellte Druckstab wird aus zwei Rundstäben in der Stahlgüte St 37 hergestellt.



Gegeben

$d_1 = 6$ cm ; $d_2 = 8$ cm
$l_1 = 2$ m ; $l_2 = 1$ m

Stahl St 37

Elastizitätsmodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2
Proportionalitätsgrenze $\sigma_{dP} = 188$ N/mm^2

Knickbedingung

$$\frac{k_2}{k_1} \cdot \tan\kappa_1 \cdot \tan\kappa_2 - 1 = 0$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{F_k}{E \cdot I_1}}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{F_k}{E \cdot I_2}}$$

$$\kappa_1 = k_1 \cdot l_1; \quad \kappa_2 = k_2 \cdot l_2$$

1) Welchen Betrag darf die Druckkraft $\vec{F}$ besitzen, wenn eine vierfache Sicherheit gegen Knicken gefordert wird ? Der gesuchte Wert für κ_1 liegt zwischen 1,3 und 1,4. Führen Sie die erforderlichen Iterationen manuell durch und bestimmen Sie κ_1 auf drei Nachkommastellen.

2) Überprüfen Sie die Zulässigkeit der durchgeführten elastischen Berechnung.

zu 1) $I_1 = \frac{\pi \cdot (6\,cm)^4}{64} = 63{,}62\,cm^4$; $I_2 = \frac{\pi \cdot (8\,cm)^4}{64} = 201{,}06\,cm^4$

$A_1 = \frac{\pi \cdot (6\,cm)^2}{4} = 28{,}27\,cm^2$

$$\frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{F_K}{E \cdot I_2} \cdot \frac{E \cdot I_1}{F_K}} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \sqrt{\frac{63{,}62\,cm^4}{201{,}06\,cm^4}} = 0{,}5625$$

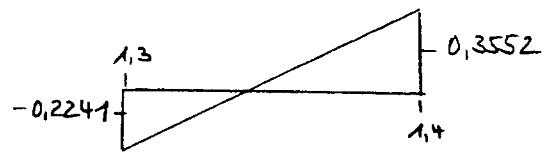
$$k_2 = 0{,}5625 \cdot k_1 \Rightarrow k_2 \cdot l_2 = 0{,}5625 \cdot k_1 \cdot l_2 = 0{,}5625 \cdot k_1 \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$k_2 \cdot l_2 = \varkappa_2 = 0{,}2813 \cdot k_1 \cdot l_1 = 0{,}2813 \cdot \varkappa_1$$

<u>Knickbedingung</u>: $0{,}5625 \cdot \tan \varkappa_1 \cdot \tan(0{,}2813 \cdot \varkappa_1) - 1 = 0$

$\varkappa_1^{(1)} = 1{,}3$; $f(\varkappa_1^{(1)}) = -0{,}2241$

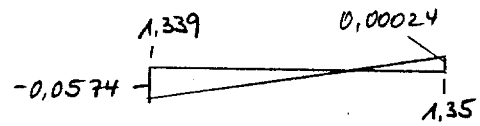
$\varkappa_1^{(2)} = 1{,}4$; $f(\varkappa_1^{(2)}) = 0{,}3552$



1. Iteration : $\frac{0{,}1}{(0{,}2241 + 0{,}3552)} = \frac{\Delta\varkappa}{0{,}2241} \Rightarrow \Delta\varkappa = 0{,}039$

$\varkappa_1^{(3)} = 1{,}3 + 0{,}039 = 1{,}339$; $f(\varkappa_1^{(3)}) = -0{,}0574$

$\varkappa_1^{(4)} = 1{,}35$; $f(\varkappa_1^{(4)}) = 0{,}00024$



2. Iteration : $\frac{0{,}011}{(0{,}0574 + 0{,}00024)} = \frac{\Delta\varkappa}{0{,}0574}$

$\Delta\varkappa = 0{,}01095$

$\varkappa_1^{(5)} = 1{,}339 + 0{,}01095 = 1{,}34995$

$f(\varkappa_1^{(5)}) = -0{,}0000335$

$\Rightarrow \varkappa_1 = 1{,}349$ (3 Nachkommastellen)

$$k_1 \cdot l_1 = \varkappa_1 = \sqrt{\frac{F_K}{E \cdot I_1}} \cdot l_1 = 1{,}349$$

$$F_K = \frac{1{,}349^2 \cdot E \cdot I_1}{l_1^2} = \frac{1{,}349^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 63{,}62 \cdot 10^4\,mm^4}{(2000\,mm)^2}$$

$F_K = 60782\,N$

$zul\ F = \frac{F_K}{4} = 15195{,}5\,N$

zu 2) $\sigma_d = \frac{60782\,N}{28{,}27 \cdot 10^2\,mm^2} = 21{,}5\,\frac{N}{mm^2} < \sigma_{dP} = 188\,\frac{N}{mm^2}$