Höhere Technische Mechanik

Teil 2

Klausur vom 16. März 2000
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

Name :	**Matr.- Nr. :**

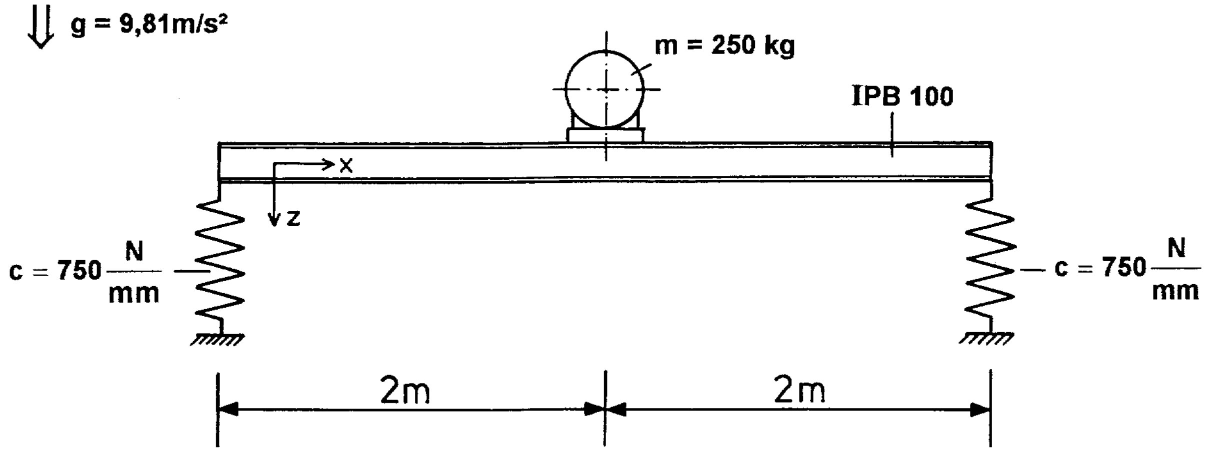
Hinweise:

Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

Aufgabe	1	2	Gesamt
Punkte	15	15	30
erreicht			

Aufgabe 1

Der dargestellte Stahlträger ($E = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2) wird in der Mitte durch einen Motor belastet, dessen Rotor eine Unwucht $U = m_u \cdot r_u = 0{,}5$ kg·m besitzt. Die Gesamtmasse des Motors beträgt m = 250 kg. Das Trägereigengewicht sowie Dämpfungseinflüsse können vernachlässigt werden.



IPB 100 : $I_y = 450$ cm^4 ; $W_{by} = 89{,}9$ cm^3

1) Ermitteln Sie die Federsteifigkeit des äquivalenten Feder-Masse-Modells.

2) Bestimmen Sie die Kennkreisfrequenz des Systems.

3) Wie groß darf die Schwingungsamplitude $\hat{x}$ sein, wenn die zulässige Biegespannung des Trägers auf $\sigma_{bzul} = 70$ N/mm^2 begrenzt ist ? Welcher Drehzahlbereich muß vermieden werden, damit die Schwingungsamplitude nicht überschritten wird ?

zu 1) Federsteifigkeit c_{ges}

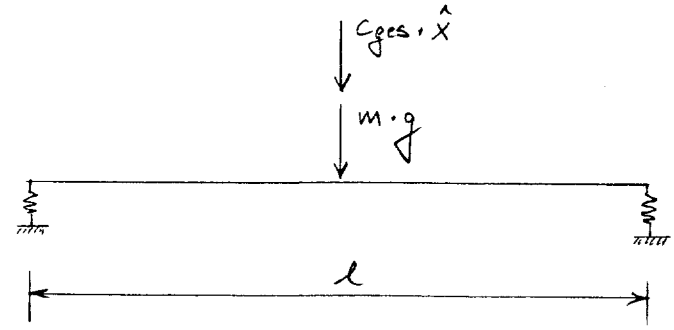
$$c_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{(4000\,mm)^2}\cdot\left[\frac{(2000\,mm)^2}{750\,\frac{N}{mm}} + \frac{(2000\,mm)^2}{750\,\frac{N}{mm}}\right] + \left[\frac{(2000\,mm)^2\cdot(2000\,mm)^2}{3\cdot 2{,}1\cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2}\cdot 450\cdot 10^4\,mm^4\cdot 4000\,mm}\right]}$$

$$c_{ges} = 481{,}324\,\frac{N}{mm}$$

zu 2) Kennkreisfrequenz ω_0

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{ges}}{m}} = \sqrt{\frac{481324\,\frac{N}{m}}{250\,kg}} = 43{,}88\,s^{-1}$$

zu 3)



$$M_{by} = (c_{ges}\cdot\hat{x} + m\cdot g)\cdot\frac{l}{4}$$

$$\sigma = \frac{M_{by}}{W_{by}} \leq \sigma_{bzul} \implies M_{byzul} = \sigma_{bzul}\cdot W_{by}$$

$$(c_{ges}\cdot\hat{x}_{zul} + m\cdot g)\cdot\frac{l}{4} = \sigma_{bzul}\cdot W_{by}$$

$$\hat{x}_{zul} = \frac{4\cdot\sigma_{bzul}\cdot W_{by}}{c_{ges}\cdot l} - \frac{m\cdot g}{c_{ges}}$$

$$\hat{x}_{zul} = \frac{4\cdot 70\,\frac{N}{mm^2}\cdot 89{,}9\cdot 10^3\,mm^3}{481{,}324\,\frac{N}{mm}\cdot 4000\,mm} - \frac{250\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{481{,}324\,\frac{N}{mm}}$$

$$\hat{x}_{zul} = 7{,}98\,mm$$

$$\hat{x} = V_2(\eta)\cdot\frac{m_u\cdot r_u}{m}$$

$$\frac{m_u \cdot r_u}{m} = \frac{0{,}5\,kg \cdot m}{250\,kg} = 0{,}002\,m = 2\,mm$$

$$V_2(\eta) = \frac{7{,}98\,mm}{2\,mm} = 3{,}99$$

$$\frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2}} = 3{,}99$$

$$\frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2} = 15{,}92$$

$$\eta^4 - 15{,}92 \cdot (1-\eta^2)^2 = 0$$

$$\eta^4 - 15{,}92 \cdot (1 - 2\eta^2 + \eta^4) = 0$$

$$\eta^4 - 15{,}92 + 31{,}84 \cdot \eta^2 - 15{,}92 \cdot \eta^4 = 0$$

$$-14{,}92 \cdot \eta^4 + 31{,}84 \cdot \eta^2 - 15{,}92 = 0$$

$$\eta^4 - 2{,}134 \cdot \eta^2 + 1{,}067 = 0$$

$$\lambda^2 - 2{,}134 \cdot \lambda + 1{,}067 = 0$$

$$\lambda_{1/2} = 1{,}067 \pm \sqrt{1{,}067^2 - 1{,}067}$$

$$\lambda_1 = 0{,}7996 \; ; \; \lambda_2 = 1{,}334$$

$$\eta_1 = 0{,}8942 \; ; \; \eta_2 = 1{,}1549$$

$$\frac{\Omega_1}{\omega_0} = 0{,}8942 \Rightarrow \Omega_1 = 0{,}8942 \cdot 43{,}88\,s^{-1} = 39{,}24\,s^{-1}$$

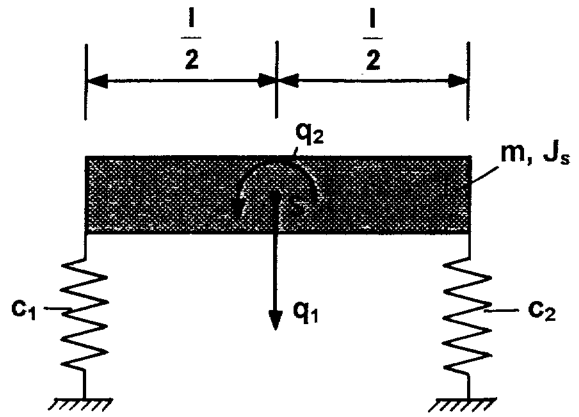
$$\frac{\Omega_2}{\omega_0} = 1{,}1549 \Rightarrow \Omega_2 = 1{,}1549 \cdot 43{,}88\,s^{-1} = 50{,}68\,s^{-1}$$

$$n_u = \frac{39{,}24\,s^{-1}}{2\pi} \cdot 60\,\frac{s}{min} = 374{,}7\,min^{-1}$$

$$n_o = \frac{50{,}68\,s^{-1}}{2\pi} \cdot 60\,\frac{s}{min} = 483{,}96\,min^{-1}$$

Aufgabe 2

Für den dargestellten Koppelschwinger soll eine Eigenschwingungsanalyse durchgeführt werden.



Gegeben:

$c_1 = 3000$ N/m ; $c_2 = 2000$ N/m

$m = 120$ kg ; $J_s = 10$ kg·m^2

$l = 1$m

Die Eigenschwingungen um die statische Ruhelage des Systems werden durch die Differentialgleichung

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & (c_1 - c_2)\cdot\frac{l}{2} \\ (c_1 - c_2)\cdot\frac{l}{2} & (c_1 + c_2)\cdot\frac{l^2}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\ddot{\mathbf{q}}} + \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{q}} = \underline{\mathbf{0}}$$

beschrieben.

1) Ermitteln Sie die Eigenkreisfrequenzen ω_1 und ω_2.

2) Berechnen Sie die zugehörigen Eigenvektoren $\underline{x}_1$ und $\underline{x}_2$.

3) Skalieren Sie die Eigenvektoren so, daß

$$\underline{\bar{x}}_i^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\bar{x}}_i = 1 \quad (i = 1,2)$$

wird.

4) Bilden Sie die Modalmatrix $\underline{\Phi}$ der skalierten Eigenvektoren.

zu 1) Eigenkreisfrequenzen

$$\det\left(\underline{C} - \omega^2 \cdot \underline{M}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 5000 & 500 \\ 500 & 1250 \end{bmatrix} - \omega^2 \cdot \begin{bmatrix} 120 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 5000 - \omega^2 \cdot 120 & 500 \\ 500 & 1250 - \omega^2 \cdot 10 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$(5000 - 120 \cdot \omega^2) \cdot (1250 - 10 \cdot \omega^2) - 500^2 = 0$$

$$6250000 - 50000 \cdot \omega^2 - 150000 \cdot \omega^2 + 1200 \cdot \omega^4 - 250000 = 0$$

$$1200 \cdot \omega^4 - 200000 \cdot \omega^2 + 6000000 = 0$$

$$\omega^4 - 166{,}\overline{6} \cdot \omega^2 + 5000 = 0$$

$$\lambda^2 - 166{,}\overline{6} \cdot \lambda + 5000 = 0$$

$$\lambda_{1/2} = 83{,}\overline{3} \pm \sqrt{83{,}\overline{3}^2 - 5000}$$

$$\lambda_1 = 39{,}24\ s^{-2} \quad ; \quad \lambda_2 = 127{,}43\ s^{-2}$$

$$\omega_1 = 6{,}26\ s^{-1} \quad ; \quad \omega_2 = 11{,}29\ s^{-2}$$

zu 2) Eigenvektoren

a) Eigenvektor $\underline{X}_1$

$$\begin{bmatrix} 5000 - 39{,}24 \cdot 120 & 500 \\ 500 & 1250 - 39{,}24 \cdot 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$291{,}2 \cdot X_{11} + 500 \cdot X_{12} = 0 \Rightarrow X_{11} = -1{,}72 \cdot X_{12}$$

$$500 \cdot X_{11} + 857{,}6 \cdot X_{12} = 0 \Rightarrow X_{11} = -1{,}72 \cdot X_{12}$$

gewählt: $X_{12} = -1 \quad ; \quad X_{11} = 1{,}72$

$$\underline{x}_1 = \begin{bmatrix} 1{,}72 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(

b) Eigenvektor $\underline{x}_2$

$$\left[\begin{array}{c|c} 5000 - 127{,}43 \cdot 120 & 500 \\ \hline 500 & 1250 - 127{,}43 \cdot 10 \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-10291{,}6 \cdot x_{21} + 500 \cdot x_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{22} = 20{,}58 \cdot x_{21}$$

$$500 \cdot x_{21} - 24{,}3 \cdot x_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{22} = 20{,}58 \cdot x_{21}$$

gewählt: $x_{21} = 1$; $x_{22} = 20{,}58$

$$\underline{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 20{,}58 \end{bmatrix}$$

zu 3)

$$\underline{x}_1^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_1 = \left[\begin{array}{c|c} 1{,}72 & -1 \end{array}\right] \quad \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} 120 & 0 \\ \hline 0 & 10 \end{array}\right] \\ \left[\begin{array}{c|c} 206{,}4 & -10 \end{array}\right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1{,}72 \\ \hline -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 365{,}008 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{\underline{x}_1^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_1}} = \frac{1}{\sqrt{365{,}008}} = 0{,}0523$$

$$\overline{\underline{x}}_1 = c_1 \cdot \underline{x}_1 = \begin{bmatrix} 0{,}0899 \\ -0{,}0523 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x}_2^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_2 = \left[\begin{array}{c|c} 1 & 20{,}58 \end{array}\right] \quad \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} 120 & 0 \\ \hline 0 & 10 \end{array}\right] \\ \left[\begin{array}{c|c} 120 & 205{,}8 \end{array}\right] \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 \\ 20{,}58 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 4355{,}364 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{\underline{x}_2^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{x}_2}} = \frac{1}{\sqrt{4355{,}364}} = 0{,}01515$$

$$\overline{\underline{x}}_2 = c_2 \cdot \underline{x}_2 = \begin{bmatrix} 0{,}01515 \\ 0{,}31178 \end{bmatrix}$$

zu 4)

$$\underline{\Phi} = \left[\begin{array}{c|c} 0{,}0899 & 0{,}01515 \\ \hline -0{,}0523 & 0{,}31178 \end{array}\right]$$

Höhere Technische Mechanik

Teil 1

Klausur vom 16. März 2000
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

Name :	**Matr.- Nr. :**

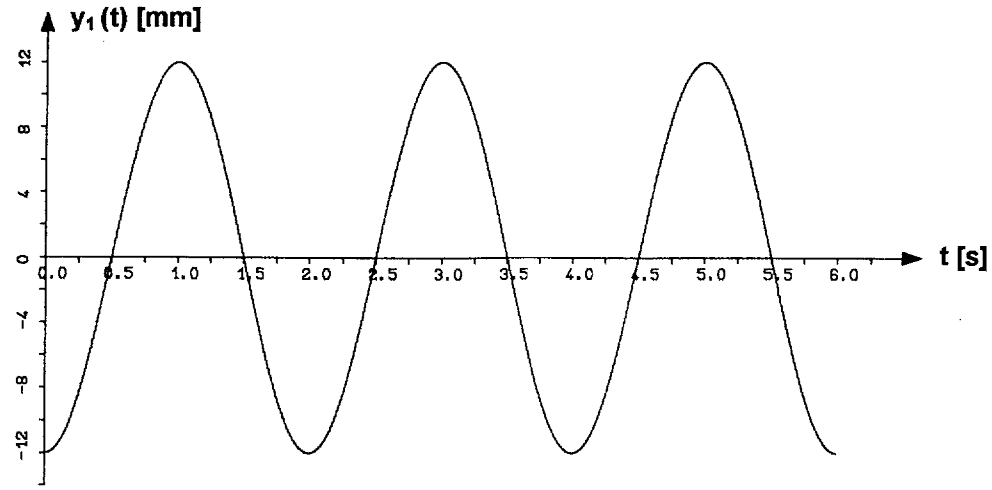
Hinweise:

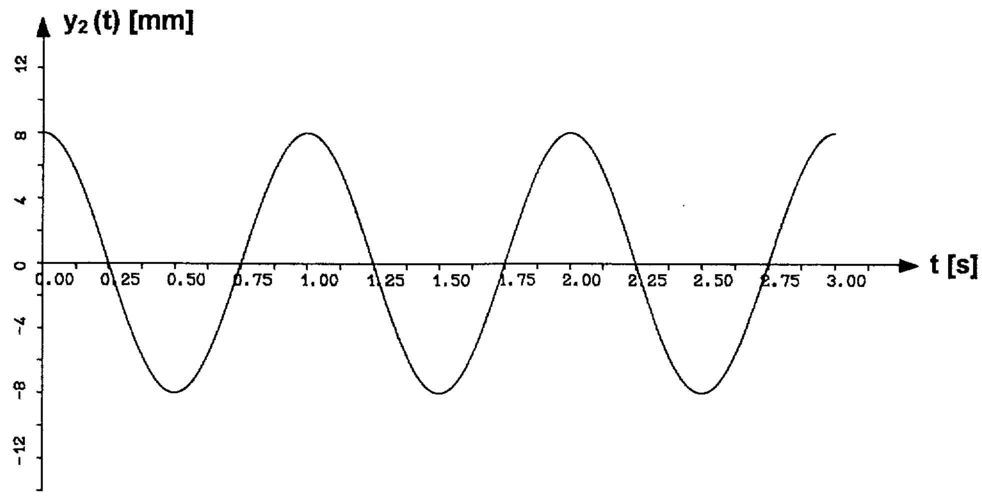
Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

Aufgabe	**1**	**2**	**2**	**Gesamt**
Punkte	**11**	**7**	**14**	**32**
erreicht				

Aufgabe 1

Gegeben sind die dargestellten Ausschlag-Zeit-Diagramme der harmonischen Schwingungen $y_1(t)$ und $y_2(t)$.





1) Ermitteln Sie aus den abgebildeten Zeitverläufen die Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 sowie die Nullphasenwinkel φ_1 und φ_2. Geben Sie die Zeitfunktionen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ der beiden Schwingungen an.

2) Bestimmen Sie die Anfangsbedingungen beider Schwingungen.

3) Berechnen Sie die Periodendauer der Summenschwingung $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$.

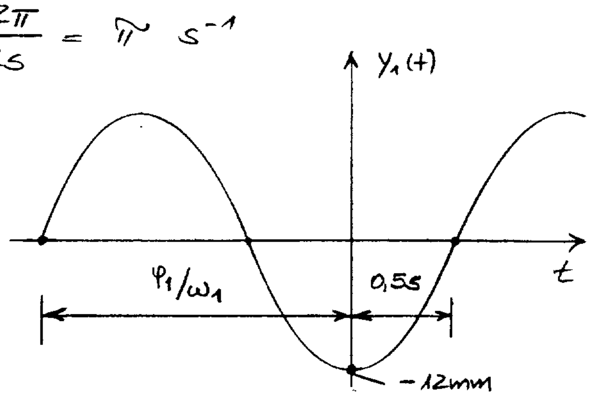
4) Bestimmen Sie den Betrag des Zeigers der Summenschwingung $y(t)$ zur Zeit $t = 1{,}5$s.

5) Stellen Sie die Zeiger der Schwingungen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ sowie den Zeiger der Summenschwingung $y(t)$ zur Zeit $t = 1{,}5$ s graphisch dar.

zu 1)

a) <u>Schwingung $y_1(t)$</u>

$A_1 = 12\,mm$; $T_1 = 2s$; $\omega_1 = \frac{2\pi}{2s} = \pi\ s^{-1}$



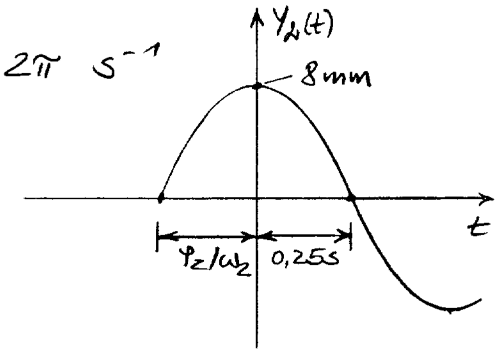
$\frac{\varphi_1}{\omega_1} = 1{,}5s$

$\varphi_1 = 1{,}5s \cdot \pi\ s^{-1} = \frac{3}{2} \cdot \pi$

$y_1(t) = 12mm \cdot \sin\left(\pi \cdot t + \frac{3}{2} \cdot \pi\right)$

b) <u>Schwingung $y_2(t)$</u>

$A_2 = 8mm$; $T_2 = 1s$; $\omega_2 = \frac{2\pi}{1s} = 2\pi\ s^{-1}$



$\frac{\varphi_2}{\omega_2} = 0{,}25s$

$\varphi_2 = 0{,}25s \cdot 2\pi\ s^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \pi$

$y_2(t) = 8mm \cdot \sin\left(2\pi \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \pi\right)$

zu 2)

a) <u>Schwingung $y_1(t)$</u>

$y_1(0) = 12\,mm\ \sin\left(\frac{3}{2} \cdot \pi\right) = -12mm$

$\dot{y}_1(t) = 12\,mm \cdot \pi \cdot \cos\left(\pi \cdot t + \frac{3}{2} \cdot \pi\right)$

$\dot{y}_1(0) = 12\,mm \cdot \pi \cdot \cos\left(\frac{3}{2} \cdot \pi\right) = 0$

$y_2(0) = 8mm \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \cdot \pi\right) = 8mm$

$\dot{y}_2(t) = 8mm \cdot 2 \cdot \pi \cdot \cos\left(2\pi \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \pi\right)$

$\dot{y}_2(0) = 8mm \cdot 2\pi \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0$

zu 3) $T = p \cdot T_1 = q \cdot T_2$

$\frac{p}{q} = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$

$T = 1 \cdot 2s = 2 \cdot 1s = 2s$

zu 4)

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos\left[(\omega_1 - \omega_2) \cdot t + \varphi_1 - \varphi_2\right]}$$

$$A = \sqrt{12^2 + 8^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot \cos\left[(\pi - 2\pi) \cdot 1{,}5 + \frac{3}{2}\pi - \frac{1}{2} \cdot \pi\right]}$$

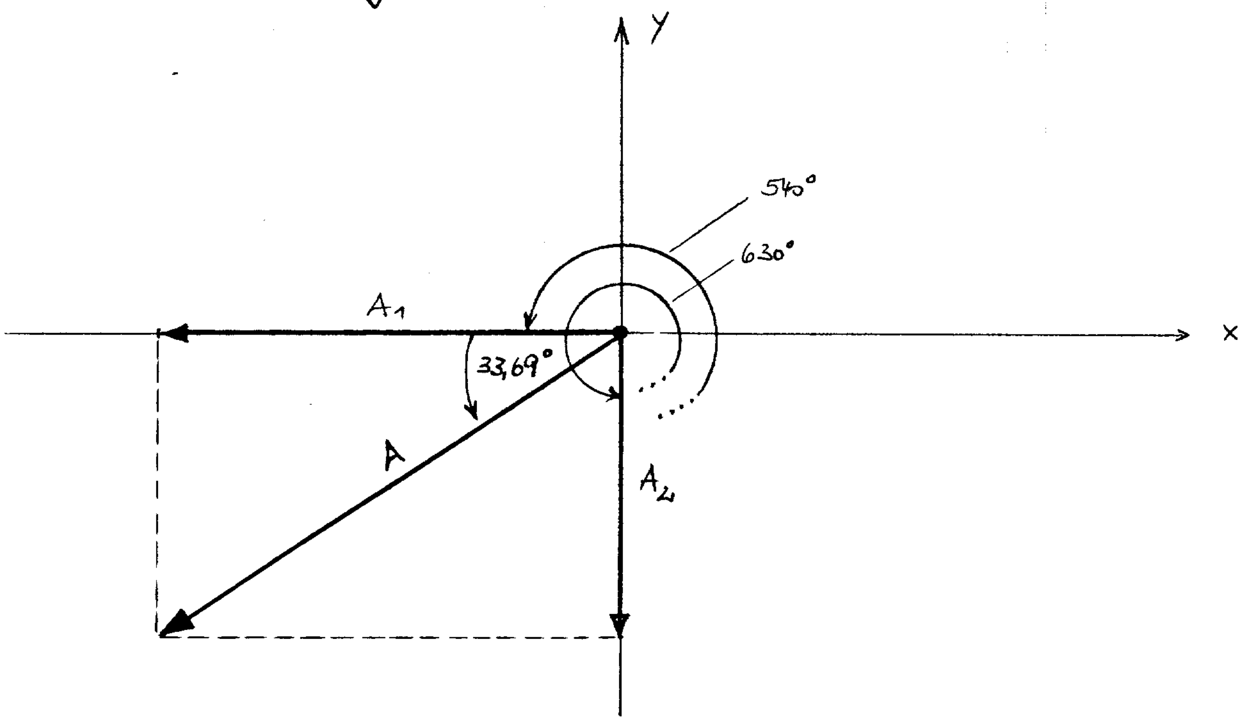
$$A = \sqrt{12^2 + 8^2 + 192 \cdot \cos(-\tfrac{1}{2}\pi)}$$

$$A = 14{,}42$$

zu 5)

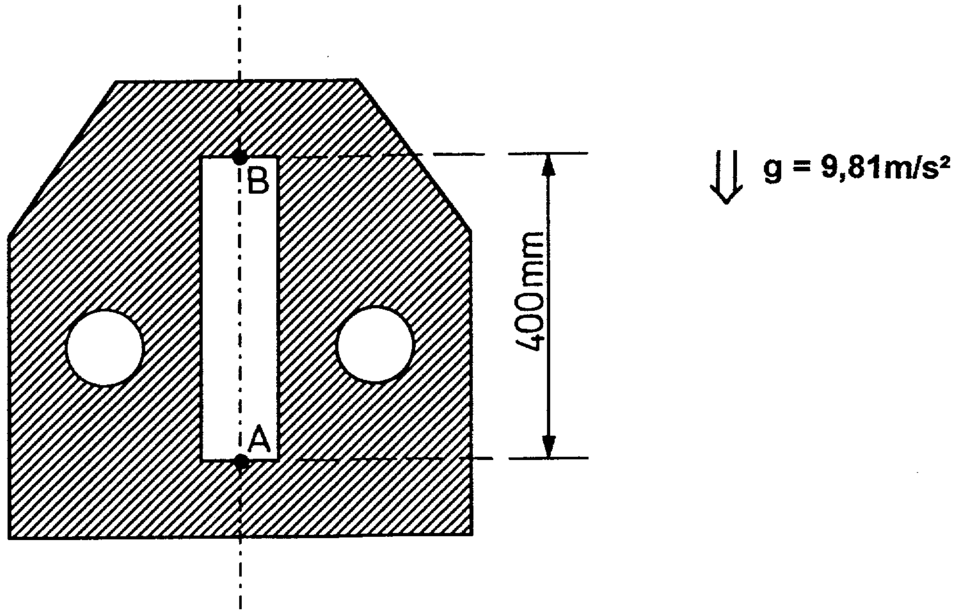
Schwingung 1 : $\pi \cdot 1{,}5 + \frac{3}{2} \cdot \pi = 3\pi \mathrel{\hat{=}} 540°$ $(360° + 180°)$

Schwingung 2 : $2\pi \cdot 1{,}5 + \frac{\pi}{2} = 3{,}5 \cdot \pi \mathrel{\hat{=}} 630°$ $(360° + 270°)$



Aufgabe 2

Für das dargestellte Bauteil, das eine Masse m = 8,25 kg besitzt, soll die Lage des Schwerpunktes S sowie das auf die Schwerpunktachse bezogene Massenträgheitsmoment J_s bestimmt werden. Bei einer Doppelpendelung um die Punkte A und B wurden die auf der folgenden Seite abgebildeten Ausschlag-Zeit-Diagramme aufgezeichnet.



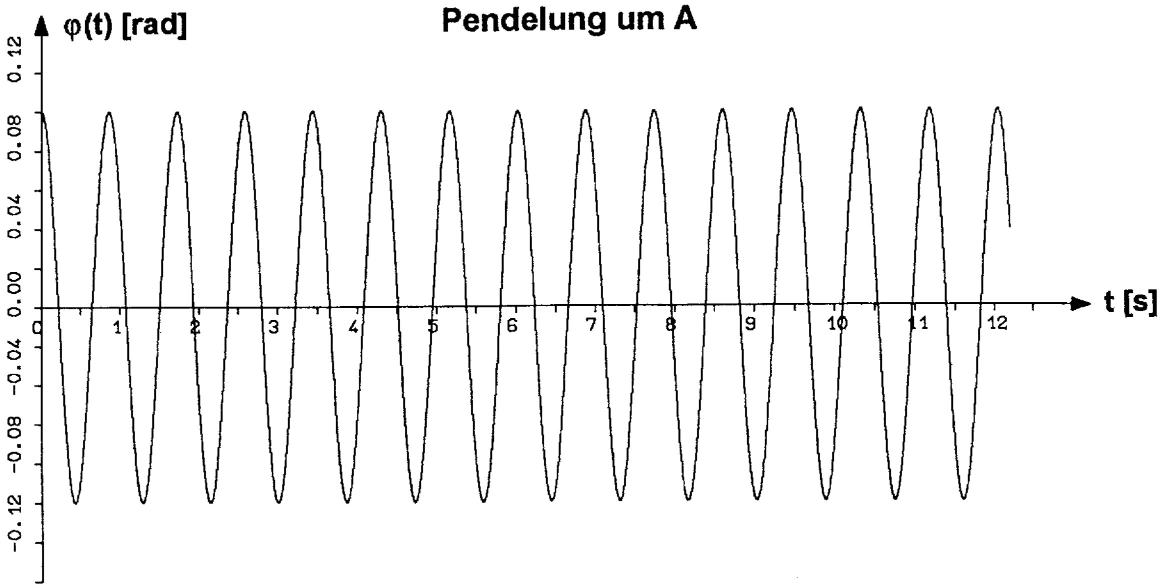
1) Bestimmen Sie aus den Versuchsprotokollen die Periodendauern T_A und T_B .

2) Berechnen Sie die Lage des Schwerpunktes S. Tragen Sie den Schwerpunkt in die obenstehende Skizze ein.

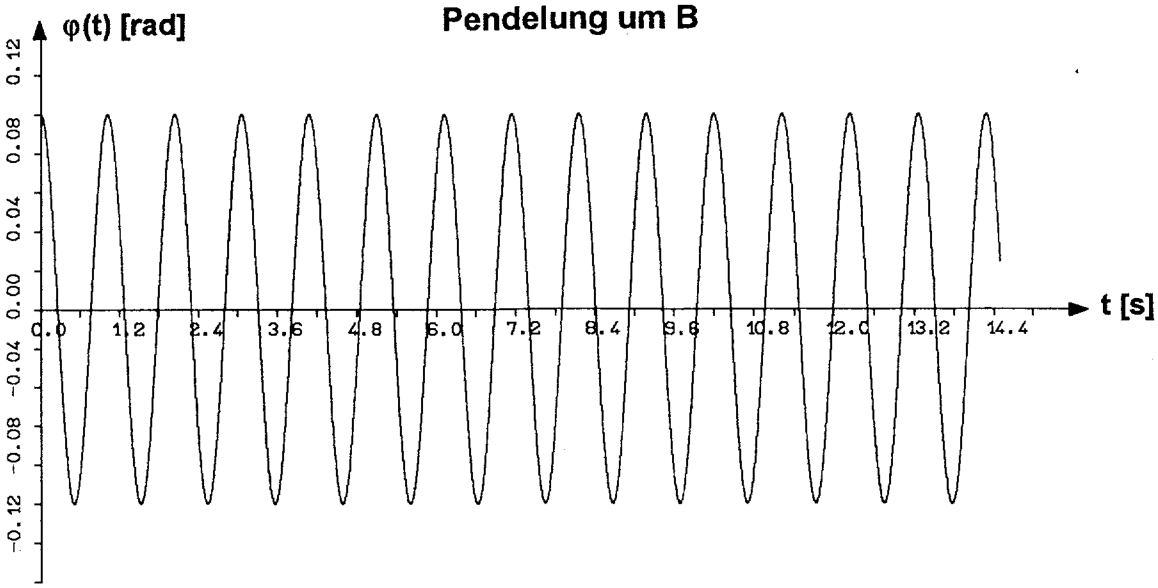
3) Ermitteln Sie das Massenträgheitsmoment J_s.

Versuchsprotokoll zu Aufgabe 2

Pendelung um A



Pendelung um B



zu 1)

a) Pendelung um A

Papiervorschubgeschw. : $V_A = \frac{14{,}4\,cm}{12\,s} = 1{,}2\,\frac{cm}{s}$

$n \cdot V_A \cdot T_A = S_A$

$S_A = 10{,}32\,cm$ (bei $n = 10$ Perioden)

$$T_A = \frac{S_A}{n \cdot V_A} = \frac{10{,}32\,cm}{10 \cdot 1{,}2\,\frac{cm}{s}} = 0{,}86\,s$$

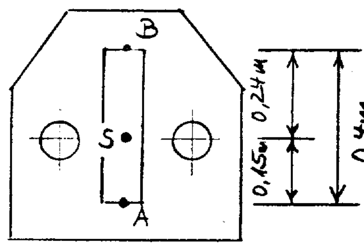
b) Pendelung um B

Papiervorschubgeschw. : $V_B = \frac{14{,}4\,cm}{14{,}4\,s} = 1\,\frac{cm}{s}$

$S_B = 10{,}2\,cm$ (bei $n = 10$ Perioden)

$$T_B = \frac{10{,}2\,cm}{10 \cdot 1{,}0\,\frac{cm}{s}} = 1{,}02\,s$$

zu 2)



$$b = \frac{\left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{g}\right) - T_A^2}{2 \cdot \left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{g}\right) - T_A^2 - T_B^2} \cdot l$$

$$b = \frac{\left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}4\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}\right) - (0{,}86\,s)^2}{2 \cdot \left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}4\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}\right) - (0{,}86\,s)^2 - (1{,}02\,s)^2} \cdot 0{,}4\,m = 0{,}2418\,m$$

$$a = 0{,}4000\,m - 0{,}2418\,m = 0{,}1582\,m$$

zu 3)

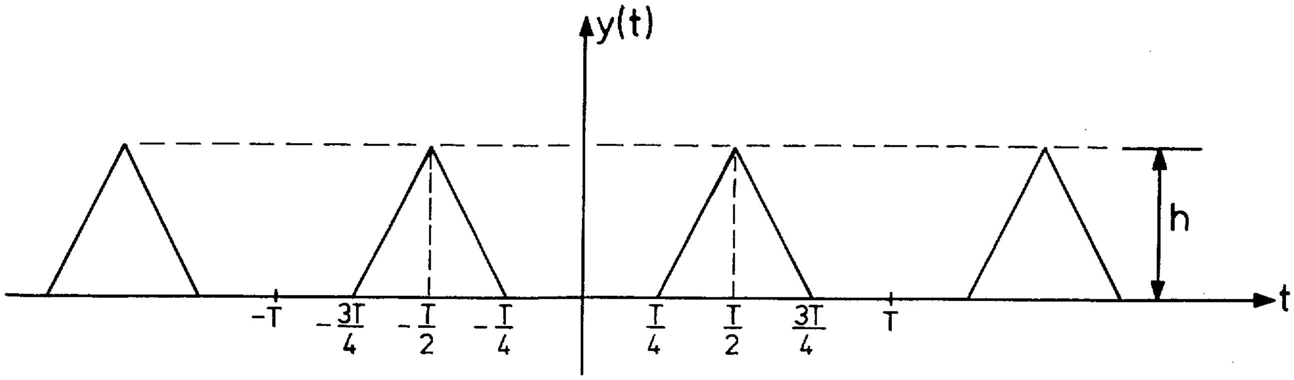
$$J_S = \frac{T_B^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot m \cdot g \cdot b - m \cdot b^2$$

$$J_S = \frac{(1{,}02\,s)^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot 8{,}25\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}2418\,m - 8{,}25\,kg \cdot (0{,}2418\,m)^2$$

$$J_S = 0{,}0334\,kg \cdot m^2$$

Aufgabe 3

Entwickeln Sie das dargestellte periodische Signal in eine Fourierreihe. Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten der ersten 5 Harmonischen und geben Sie die zugehörige Reihenentwicklung an. Stellen Sie das Amplitudenspektrum für die ersten 5 Harmonischen graphisch dar.



Darstellung des Signals :

$y(t) = -\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t - h$ für $-\frac{T}{2} \le t \le -\frac{T}{4}$

$y(t) = 0$ für $-\frac{T}{4} < t \le \frac{T}{4}$

$y(t) = \frac{4 \cdot h}{T} \cdot t - h$ für $\frac{T}{4} < t \le \frac{T}{2}$

$y(t)$ ist symmetrisch $\Rightarrow b_k = 0$

<u>Fourierkoeffizient a_0</u>

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot dt = \cancelto{0}{\frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{4}} 0 \cdot dt} + \frac{2}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \left(\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t - h \right) \cdot dt$$

$$a_0 = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} t \cdot dt - \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} dt = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{t^2}{2} \Bigg|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} - \frac{2 \cdot h}{T} \cdot t \Bigg|_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_0 = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \left(\frac{T^2}{8} - \frac{T^2}{32} \right) - \frac{2 \cdot h}{T} \cdot \left(\frac{T}{2} - \frac{T}{4} \right) = \frac{8 \cdot h}{T^2} \cdot \frac{3 \cdot T^2}{32} - \frac{h}{2}$$

$$a_0 = \frac{3}{4} \cdot h - \frac{h}{2} = \frac{h}{4}$$

<u>Fourierkoeffizienten a_K</u> $(K > 0)$

$$a_K = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} y(t) \cdot \cos k \cdot \omega \cdot t \cdot dt$$

$$a_K = \frac{4}{T} \cdot \cancelto{0}{\int_0^{\frac{T}{4}} 0 \cdot \cos k \cdot \omega \cdot t \cdot dt} + \frac{4}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \left(\frac{4 \cdot h}{T} \cdot t - h \right) \cdot \cos k \cdot \omega \cdot t \cdot dt$$

$$a_K = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} t \cdot \cos k \cdot \omega \cdot t \cdot dt - \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \cos k \cdot \omega \cdot t \cdot dt$$

$$a_K = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos k \cdot \omega \cdot t}{k^2 \cdot \omega^2} + \frac{t \cdot \sin k \cdot \omega \cdot t}{k \cdot \omega} \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} - \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \left[\frac{1}{k \cdot \omega} \cdot \sin k \cdot \omega \cdot t \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_K = \frac{16 \cdot h}{T^2} \cdot \left[\frac{\cos k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t}{k^2 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2}} + \frac{t \cdot \sin k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t}{k \cdot \frac{2\pi}{T}} \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} - \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \left[\frac{1}{k \cdot \frac{2\pi}{T}} \cdot \sin k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t \right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$a_K = \frac{16 \cdot h}{T^2} \left[\left(\frac{T^2 \cdot \cos k \cdot \pi}{k^2 \cdot 4 \cdot \pi^2} + \cancelto{0}{\frac{T^2 \cdot \sin k \cdot \pi}{k \cdot 4 \cdot \pi}} \right) - \left(\frac{T^2 \cdot \cos k \cdot \frac{\pi}{2}}{k^2 \cdot 4 \cdot \pi^2} + \frac{T^2 \cdot \sin k \cdot \frac{\pi}{2}}{k \cdot 8 \cdot \pi} \right) \right]$$

$$- \frac{4 \cdot h}{T} \cdot \left[\cancelto{0}{\frac{T \cdot \sin k \cdot \pi}{k \cdot 2 \cdot \pi}} - \frac{T \cdot \sin k \cdot \frac{\pi}{2}}{k \cdot 2 \cdot \pi} \right]$$

$$a_K = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{\cos k \cdot \pi}{k^2} - \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{\cos k \cdot \frac{\pi}{2}}{k^2} \cancel{- \frac{2 \cdot h}{\pi} \cdot \frac{\sin k \cdot \frac{\pi}{2}}{k}} \cancel{+ \frac{2 \cdot h}{\pi} \cdot \frac{\sin k \cdot \frac{\pi}{2}}{k}}$$

$$a_K = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{k^2} \cdot \left(\cos k \cdot \pi - \cos k \cdot \frac{\pi}{2} \right)$$

$$a_1 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{1^2} \cdot \left(-1-0\right) = -\frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{1^2}$$

$$a_2 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \left(1-(-1)\right) = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot 2$$

$$a_3 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \left(-1-(0)\right) = -\frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{3^2}$$

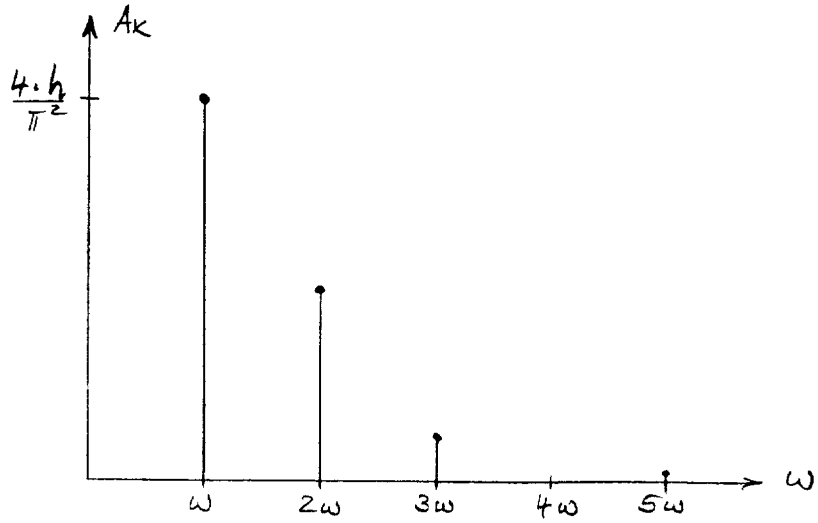
$$a_4 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{4^2} \cdot \left(1-1\right) = 0$$

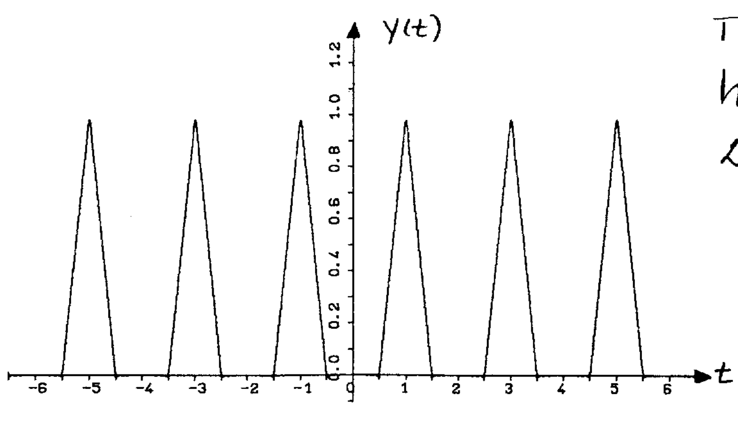
$$a_5 = \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{5^2} \cdot \left(-1-0\right) = -\frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \frac{1}{5^2}$$

<u>Fourierreihe</u>

$$y(t) = \frac{h}{4} - \frac{4 \cdot h}{\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{1^2} \cdot \cos k \cdot \omega \cdot t - \frac{2}{2^2} \cdot \cos 2 \cdot \omega \cdot t + \frac{1}{3^2} \cdot \cos 3 \cdot \omega \cdot t + \frac{1}{5^2} \cdot \cos 5 \cdot \omega \cdot t \; \ldots\ldots \right)$$

<u>Amplitudenspektrum</u> : $A_k = \sqrt{a_k^2}$





T = 2s

h = 1.0

40 Harmonische