# Höhere Technische Mechanik

## Teil 3

**Klausur vom 16. März 2000**
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

| **Name :** | **Matr.- Nr. :** |
|---|---|

## Hinweise:

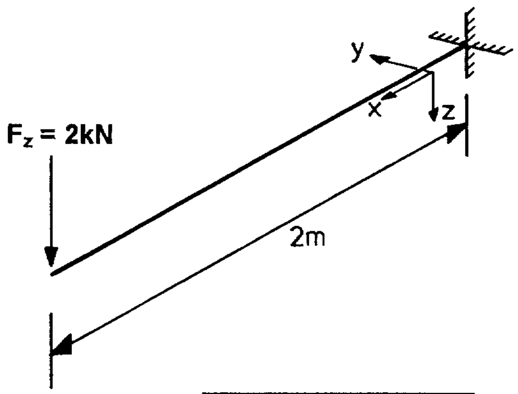
Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

| **Aufgabe** | **1** | **2** | **Gesamt** |
|---|---|---|---|
| **Punkte** | **14** | **15** | **29** |
| **erreicht** | | | |

## Aufgabe 1

Der dargestellte Kragträger wird an seinem freien Ende durch eine Einzelkraft $F_z = 2kN$ beansprucht. Der Träger soll den unten abgebildeten Querschnitt erhalten. In einer Vorberechnung wurden die Flächenmomente $I_y$, $I_z$ und $I_{yz}$ in bezug auf die eingetragenen Schwerpunktachsen bestimmt.

**System**



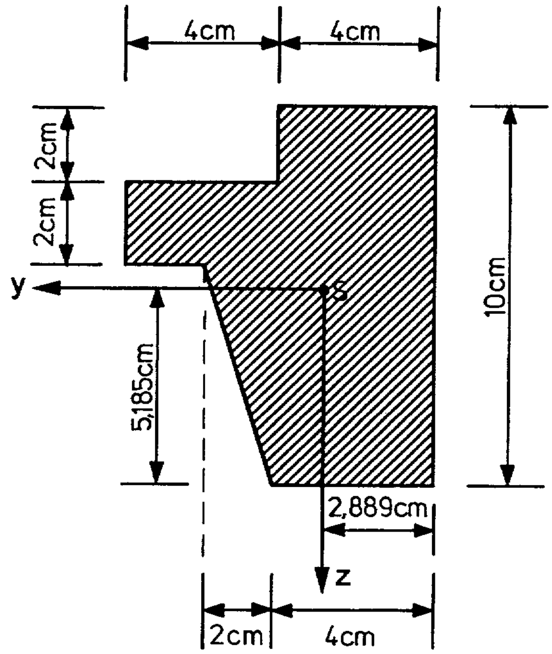

$I_y = 384{,}15\ cm^4$

$I_z = 193{,}34\ cm^4$

$I_{yz} = -41{,}11\ cm^4$

$E = 2{,}1 \cdot 10^5\ N/mm^2$

**Querschnitt**




1) Ermitteln Sie die Lage der Hauptachsen 1 und 2 sowie die zugehörigen Hauptflächenmomente $I_1$ und $I_2$. Tragen Sie die Hauptachsen 1 und 2 in die obenstehende Querschnittsskizze ein.

2) Bestimmen Sie die Lage der Spannungsnullinie und tragen Sie diese in das obenstehende Bild ein.

3) Berechnen Sie die resultierende Verschiebung des Kraftangriffspunktes. Tragen Sie den zugehörigen Verschiebungsvektor $\underline{v}$ in die obenstehende Querschnittsskizze ein.

zu 1) $\tan 2\varphi = -\dfrac{2 \cdot (-41{,}11\,cm^4)}{(384{,}15\,cm^4 - 193{,}34\,cm^4)} = 0{,}4309$

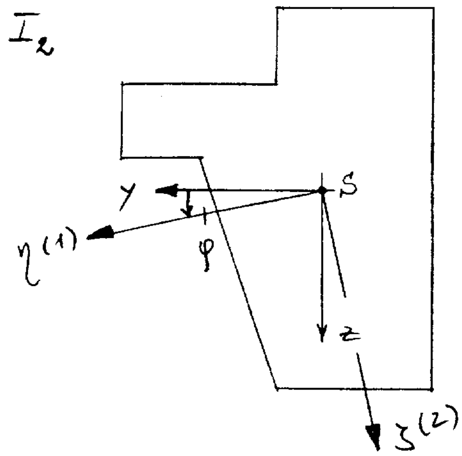
$$\varphi = 11{,}66^\circ$$

$$I_\eta = \frac{384{,}15 + 193{,}34}{2} + \frac{384{,}15 - 193{,}34}{2} \cdot \cos 23{,}32^\circ - (-41{,}11\,cm^4) \cdot \sin 23{,}32^\circ$$

$I_\eta = 392{,}63\,cm^4 = I_1 \Rightarrow \eta$ - Achse $\hat{=}$ 1- Achse

$$I_\zeta = \frac{384{,}15 + 193{,}34}{2} - \frac{(384{,}15 - 193{,}34)}{2} \cdot \cos 23{,}32^\circ + (-41{,}11\,cm^4) \cdot \sin 23{,}32^\circ$$

$I_\zeta = 184{,}86\,cm^4 = I_2$

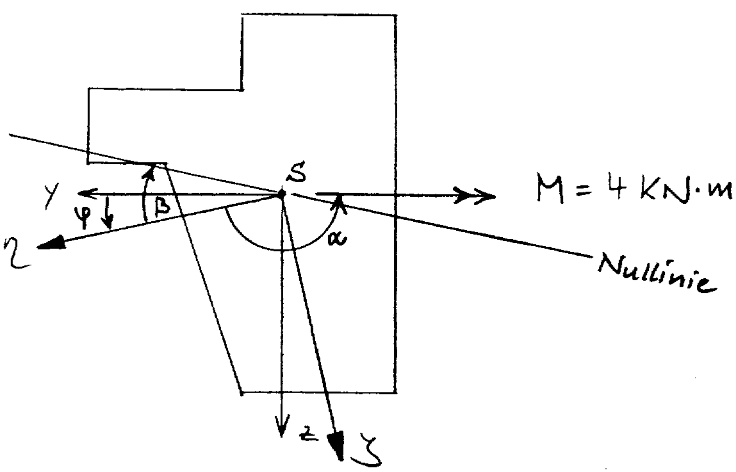



zu 2) $\alpha = 180^\circ - \varphi = 180^\circ - 11{,}66^\circ = 168{,}34^\circ$

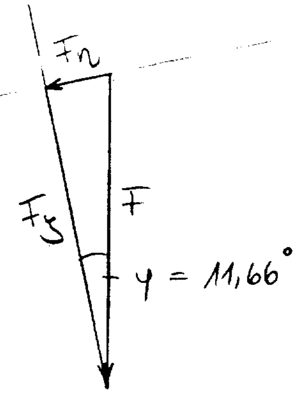
$$\tan\beta = \frac{I_1}{I_2} \cdot \tan\alpha = \frac{392{,}63\,cm^4}{184{,}86\,cm^4} \cdot \tan 168{,}34^\circ$$

$\tan\beta = -0{,}4332$

$\beta = -23{,}66^\circ$



zu 3)




$$F_\eta = F \cdot \sin\varphi$$

$$F_\eta = 2\,kN \cdot \sin 11{,}66^\circ = 0{,}404\ kN$$

$$F_\zeta = F \cdot \cos\varphi$$

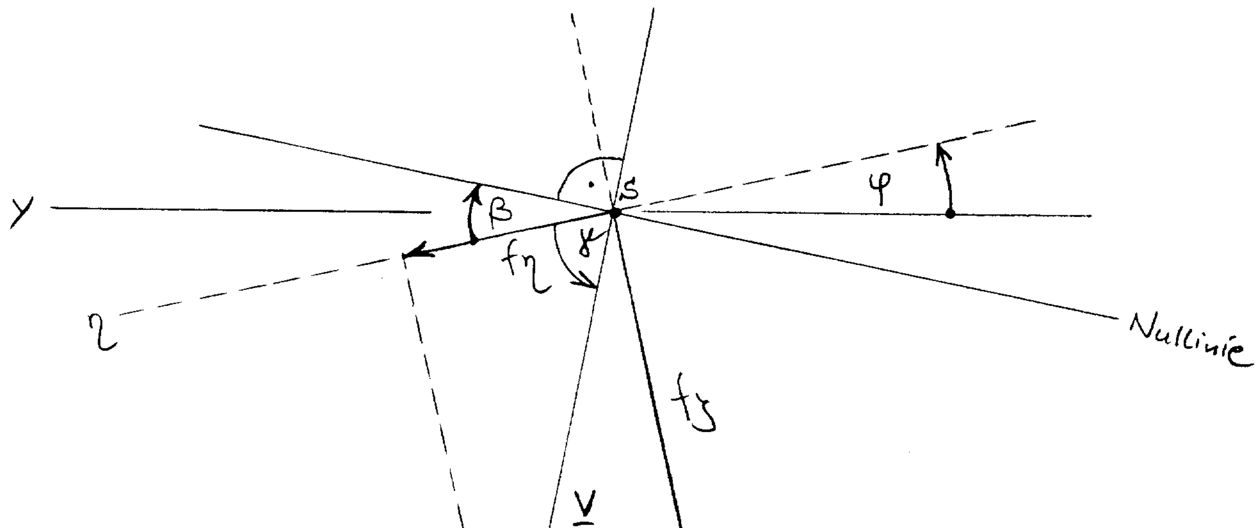
$$F_\zeta = 2\,kN \cdot \cos 11{,}66^\circ = 1{,}959\ kN$$

<u>Durchsenkung in $\eta$- und $\zeta$-Richtung</u>

$$f_\eta = \frac{F_\eta \cdot \ell^3}{3 \cdot E \cdot I_\zeta} = \frac{404\,N \cdot (2000\,mm)^3}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 184{,}86 \cdot 10^4\,mm^4} = 2{,}775\ mm$$

$$f_\zeta = \frac{F_\zeta \cdot \ell^3}{3 \cdot E \cdot I_\eta} = \frac{1959\,N \cdot (2000\,mm)^3}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 392{,}63 \cdot 10^4\,mm^4} = 6{,}335\ mm$$

$$\tan\gamma = \frac{f_\zeta}{f_\eta} = \frac{6{,}335\,mm}{2{,}775\,mm} = 2{,}2829 \Rightarrow \gamma = 66{,}34$$

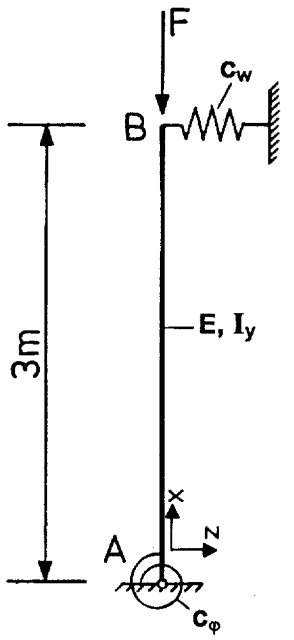



$$|\underline{V}| = \sqrt{f_\eta^2 + f_\zeta^2} = \sqrt{(2{,}775\,mm)^2 + (6{,}335\,mm)^2}$$

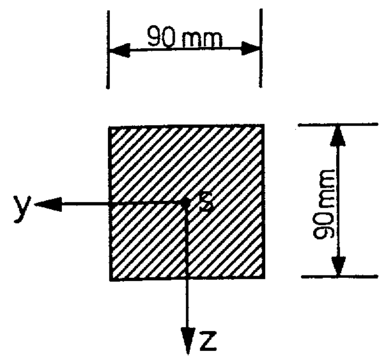
$$|\underline{V}| = 6{,}916\ mm$$

## Aufgabe 2

Der dargestellte Druckstab ist im Punkt A unverschieblich und drehelastisch gelagert. Im Punkt B wird der Stab seitlich durch eine Dehnfeder gestützt.




**Querschnitt**




**Gegeben:**

$E = 0{,}7 \cdot 10^5$ N/mm$^2$

$c_\varphi = 1000$ kN·m

$c_w = 50$ kN/m

**Grenzschlankheit:**

$\lambda_g = 110$

1) Berechnen Sie die Knickkraft $F_k$ durch iterative Lösung der zugehörigen Knickbedingung. Der gesuchte Wert $\kappa$ liegt zwischen 2 und 2,5. Bestimmen Sie $\kappa$ auf zwei Nachkommastellen.

2) Welchen Betrag darf die Kraft F besitzen, wenn eine 4-fache Sicherheit gegen Knicken gefordert wird ?

3) Bestimmen Sie die Knicklänge $s_k$ des Stabes und überprüfen Sie die Zulässigkeit der durchgeführten elastischen Berechnung.

zu 1)

$$I_y = \frac{(90\,mm)^4}{12} = 5467500\,mm^4$$

$$\delta = \frac{C_w \cdot \ell^3}{E \cdot I_y} = \frac{50\,\frac{N}{mm} \cdot (3000\,mm)^3}{0{,}7 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2} \cdot 5467500\,mm^4} = 3{,}527$$

$$\varkappa = \frac{C_\varphi \cdot \ell}{E \cdot I_y} = \frac{1000 \cdot 10^6\,N \cdot mm \cdot 3000\,m}{0{,}7 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2} \cdot 5467500\,mm^4} = 7{,}839$$

$$\varkappa \cdot \delta = 27{,}648$$

<u>Knickbedingung:</u>

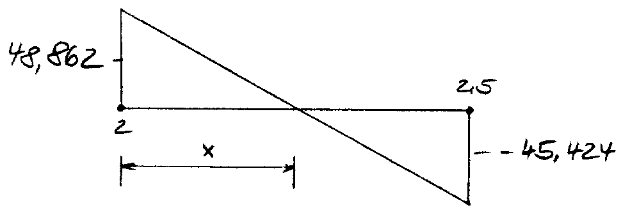
$$(\varkappa^4 - 3{,}527 \cdot \varkappa^2 - 27{,}648) \cdot \tan \varkappa - 7{,}839 \cdot \varkappa^3 + 27{,}648 \cdot \varkappa = f(\varkappa) = 0$$

<u>Iteration:</u>

<u>1. Schritt</u>: $f(2) = 48{,}862$; $f(2{,}5) = -45{,}424$

$$\frac{x}{48{,}862} = \frac{0{,}5}{(48{,}862 + 45{,}424)}$$

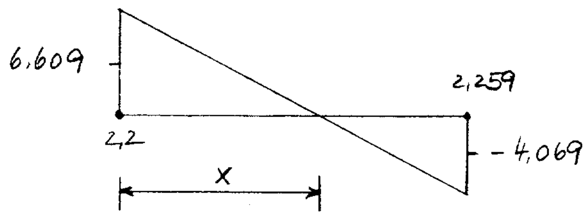
$$x = 0{,}259$$




<u>2. Schritt</u>: $f(2{,}259) = -4{,}069$; $f(2{,}2) = 6{,}609$

$$\frac{x}{6{,}609} = \frac{0{,}059}{(6{,}609 + 4{,}069)}$$

$$x = 0{,}036$$




<u>3. Schritt</u>: $f(2{,}23) = 1{,}127$; $f(2{,}24) = -0{,}675$

$\Rightarrow \varkappa = 2{,}23$ (zwei Nachkommastellen Genauigkeit)

$$\varkappa = k \cdot \ell = \sqrt{\frac{F_K}{E \cdot I_y}} \cdot \ell = 2{,}23$$

$$F_K = \frac{2{,}23^2 \cdot E \cdot I_y}{\ell^2} = \frac{2{,}23^2 \cdot 0{,}7 \cdot 10^5\,\frac{N}{mm^2} \cdot 5467500\,mm^4}{(3000\,mm)^2}$$

$$F_K = 211472{,}6\,N$$

zu 2)

$$\nu = \frac{F_K}{F} \quad \Rightarrow \quad F_{zul} = \frac{F_K}{\nu}$$

$$F_{zul} = \frac{211472{,}6\ N}{4} = 52\,868{,}15\ N$$

zu 3)

$$F_K = \frac{E \cdot I_y \cdot \pi^2}{S_K^2}$$

$$S_K = \sqrt{\frac{E \cdot I_y \cdot \pi^2}{F_K}}$$

$$S_K = \sqrt{\frac{0{,}7 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 5467500\,mm^4 \cdot \pi^2}{211472{,}6\ N}} = 4226\ mm$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12 \cdot a^2}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot a = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot 90\,mm = 25{,}98\,mm$$

$$\lambda = \frac{S_K}{i_y} = \frac{4226\ mm}{25{,}98\ mm}$$

$$\lambda = 162{,}66 > \lambda_0 = 110$$

$\Rightarrow$ Elastische Rechnung o.k.