Höhere Technische Mechanik

Teil 3

Klausur vom 28. September 2000
Fachbereich 04, Prof. Dr.-Ing. C. Eller

Name :	**Matr.- Nr. :**

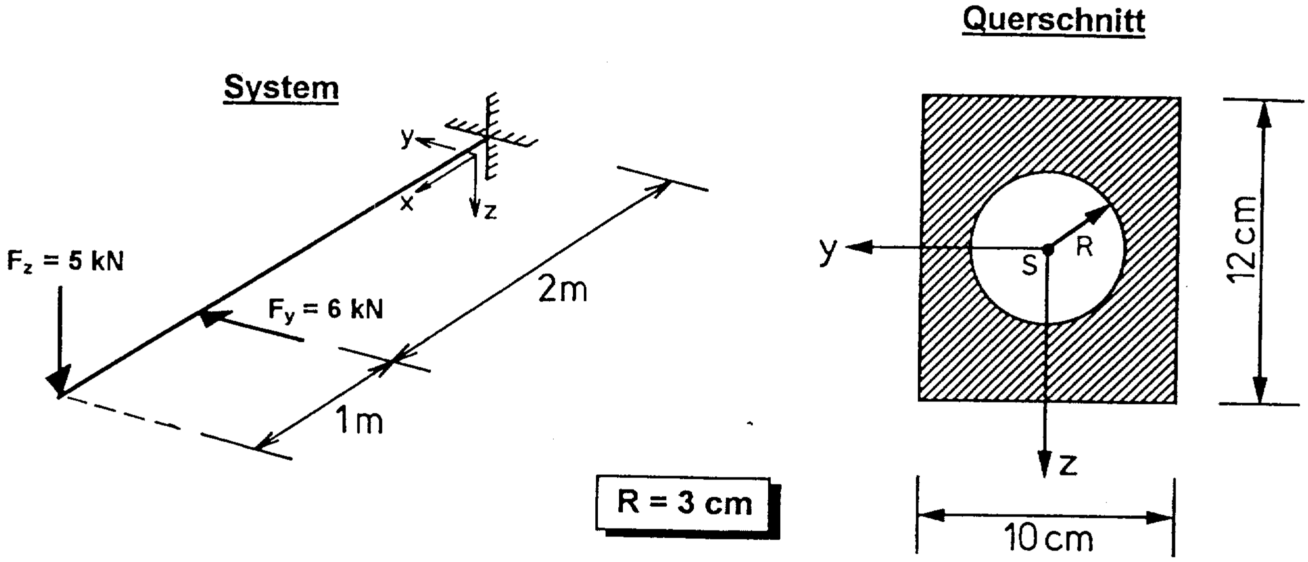
Hinweise:

Der Lösungsweg ist notwendiger Bestandteil der Klausurbearbeitung und muß daher mit abgegeben werden.
Die Angabe von Ergebnissen ohne erkennbaren Lösungsweg wird nicht als Lösung anerkannt, auch wenn die Ergebnisse richtig sind. Alle beigefügten losen Blätter sind mit dem Namen und der Matrikelnummer zu versehen.

Aufgabe	1	2	3	Gesamt
Punkte	11	10	10	31
erreicht				

Aufgabe 1

Der dargestellte Kragträger wird durch die angegebenen Kräfte $\vec{F}_y$ und $\vec{F}_z$ beansprucht. Der Träger soll mit dem abgebildeten Querschnitt ausgeführt werden.



1) Ermitteln Sie die maximale Zug- und Druckspannung im Träger.

2) Stellen Sie den Verlauf der Normalspannungen im höchstbeanspruchten Querschnitt graphisch dar.

zu 1) Maximale Zug- und Druckspannung

a) Flächenmomente I_y und I_z

$$I_y = \frac{10cm \cdot (12cm)^3}{12} - \frac{\pi \cdot (6cm)^4}{64} = 1376,38\,cm^4$$

$$I_z = \frac{12cm \cdot (10cm)^3}{12} - \frac{\pi \cdot (6cm)^4}{64} = 936,38\,cm^4$$

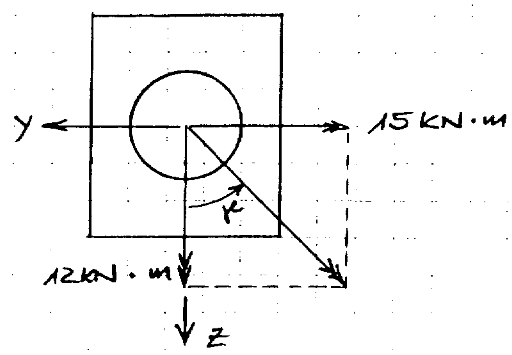
b) Biegemomentenvektor

$$M_{by} = -5kN \cdot 3m = -15\,kN \cdot m$$

$$M_{bz} = 6kN \cdot 2m = 12\,kN \cdot m$$

$$\tan \gamma = \frac{15 kN \cdot m}{12\,kN \cdot m} = 1,25$$

$$\gamma = 51,34°$$

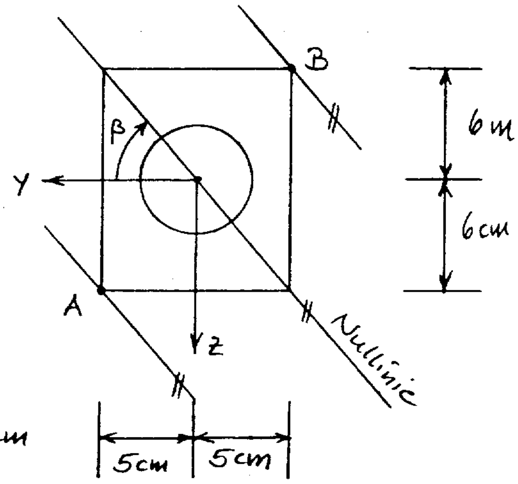


c) Nullinie

$$\alpha = 90° + \gamma = 90° + 51,34° = 141,34°$$

$$\tan \beta = \frac{1376,38 cm^4}{936,38 cm^4} \cdot \tan 141,34° = -1,1759$$

$$\beta = -49,62°$$



d) Maximale Spannungen

Punkt A: $y_A = 5cm$; $z_A = 6\,cm$

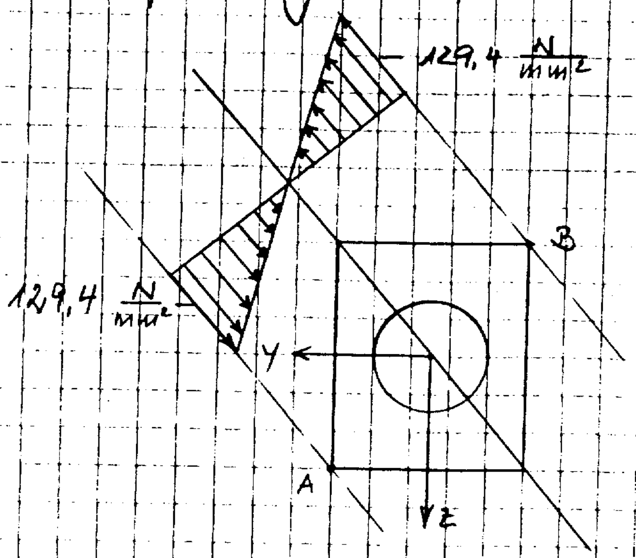
Punkt B: $y_B = -5cm$; $z_B = -6cm$

$$\sigma_b^A = -\frac{1500 kN \cdot cm}{1376,38 cm^4} \cdot 6cm - \frac{1200\,kN \cdot cm}{936,38 cm^4} \cdot 5cm$$

$$\sigma_b^A = -12,94\,\frac{kN}{cm^2} = -129,4\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_b^B = 12,94\,\frac{kN}{cm^2} = 129,4\,\frac{N}{mm^2}$$

zu 2) Spannungsverlauf an der Einspannstelle

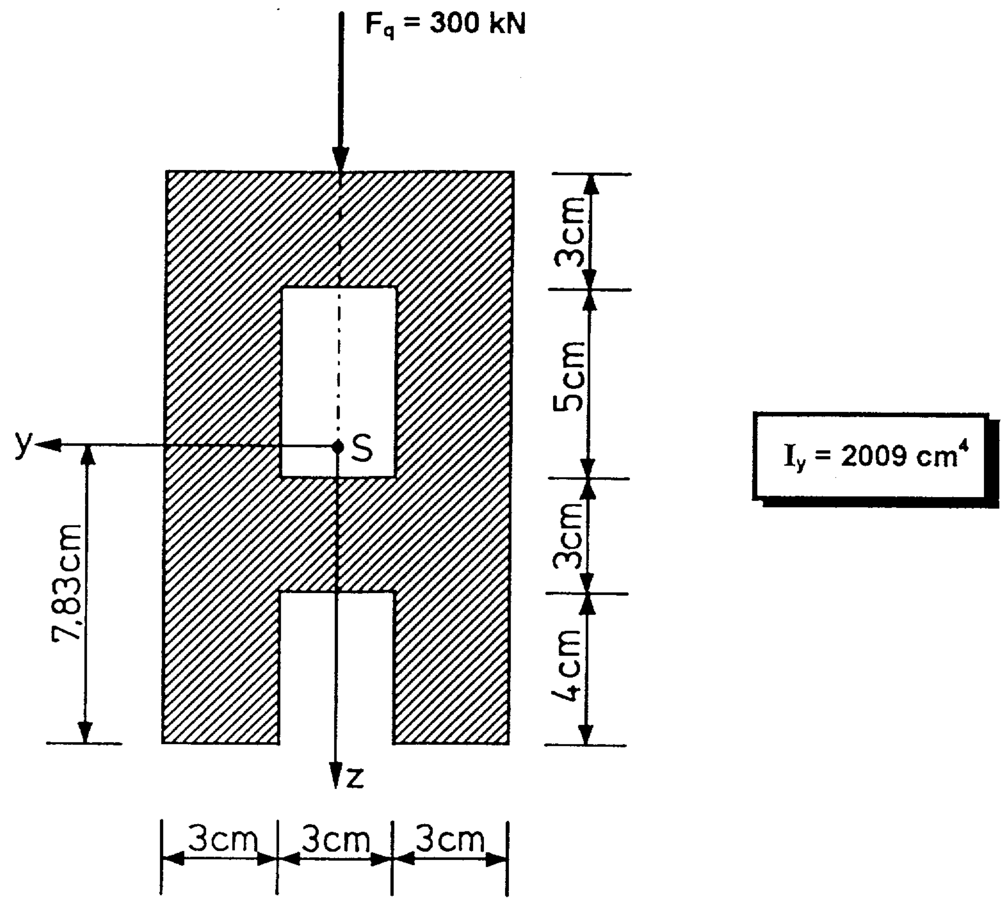


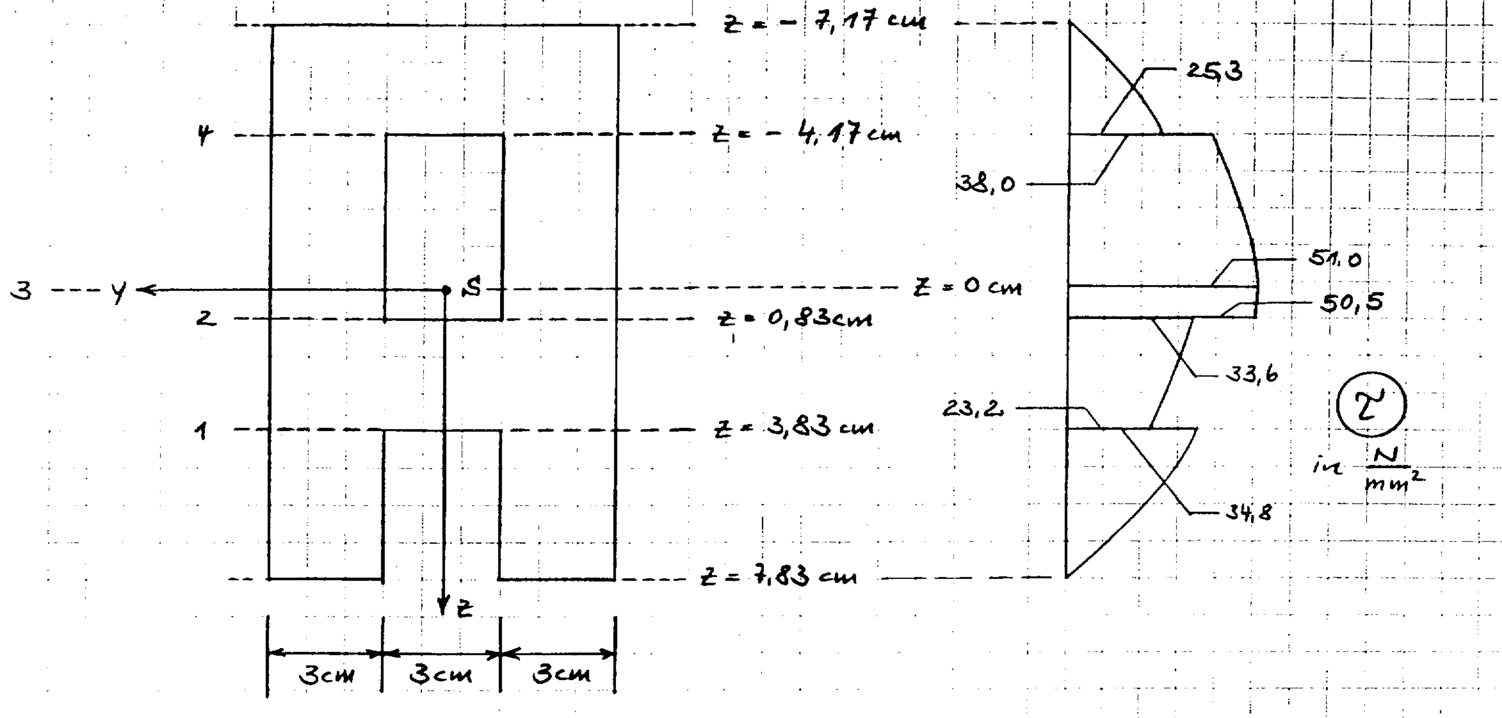
Aufgabe 2

Der schraffiert dargestellte einfachsymmetrische Querschnitt wird durch eine Querkraft F_q = 300 kN beansprucht.

1) Ermitteln Sie den Verlauf der Schubspannungen τ über die Querschnittshöhe und stellen Sie ihn graphisch dar.

2) In welcher Faser tritt die maximale Schubspannung auf und welchen Wert besitzt sie ?





$$S_{y1} = 2 \cdot 3cm \cdot 4cm \cdot 5{,}83\,cm = 139{,}92\,cm^3$$

$$S_{y2} = 139{,}92\,cm^3 + 9cm \cdot 3cm \cdot 2{,}33\,cm = 202{,}83\,cm^3$$

$$S_{y3} = 202{,}83\,cm^3 + 2 \cdot 3cm \cdot 0{,}83cm \cdot \frac{0{,}83cm}{2} = 204{,}90\,cm^3$$

$$S_{y4} = 202{,}83\,cm^3 + 2 \cdot 3cm \cdot 5cm \cdot (-1{,}67cm) = 152{,}73\,cm^3$$

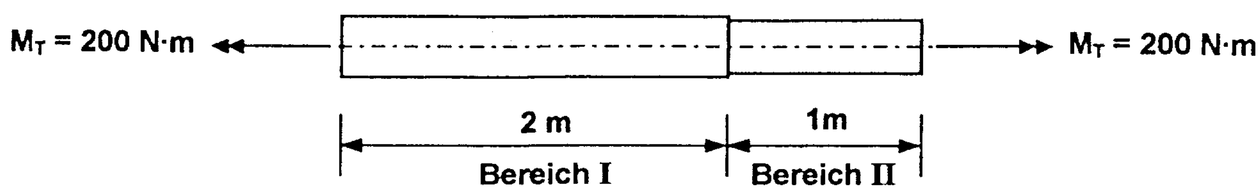
z [cm]	S_y [cm³]	b [cm]	τ [kN/cm²]	τ [N/mm²]
z = 7,83	0	6	0	0
z = 3,83	139,92	unten : 6	3,48	34,8
		oben : 9	2,32	23,2
z = 0,83	202,83	unten : 9	3,36	33,6
		oben : 6	5,05	50,5
z = 0	204,90	6	5,10	51,0
z = −4,17	152,73	unten : 6	3,80	38,0
		oben : 9	2,53	25,3
z = −7,17	0	9	0	0

$\rightarrow \tau_{max} = 51 \frac{N}{mm^2}$

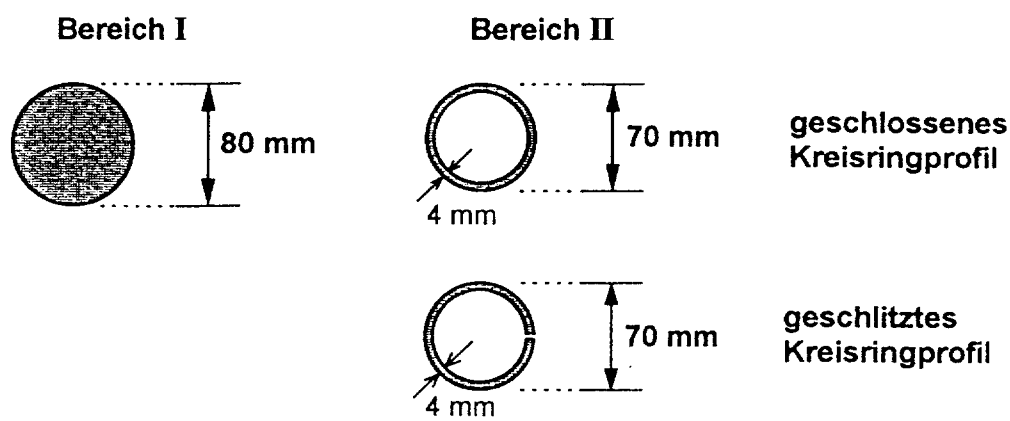
bei $z = 0$

Aufgabe 3

Der dargestellte Torsionsstab aus Stahl St 37 ($G = 0{,}8 \cdot 10^5$ N/mm^2) soll im Bereich I mit einem kreisförmigen Vollquerschnitt und im Bereich II als dünnwandiges geschlossenes Kreisringprofil ausgeführt werden.



Querschnitte



1) Bestimmen Sie die maximalen Schubspannungen in beiden Bereichen.

2) Berechnen Sie die gegenseitige Verdrehung der beiden Stabenden.

3) Auf welchen Wert erhöht sich die gegenseitige Verdrehung der Stabenden, wenn das Kreisringprofil im Bereich II eingeschlitzt wird ? Wie groß wird in diesem Fall die maximale Schubspannung im Kreisringprofil ? Die Breite des Schlitzes kann vernachlässigt werden.

zu 1) Schubspannungen

a) Vollprofil

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot (80mm)^4}{32} = 4021238{,}6\ mm^4$$

$$\tau = \frac{M_T}{I_p} \cdot R = \frac{200000\ N\cdot mm}{4021238{,}6\ mm^4} \cdot 40mm = 1{,}99\ \frac{N}{mm^2}$$

b) geschlossenes Kreisringprofil

$$A_m = \frac{\pi \cdot (66mm)^2}{4} = 3421{,}19\ mm^2$$

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{2 \cdot A_m \cdot t_{min}} = \frac{200000\ N\cdot mm}{2 \cdot 3421{,}19 mm^2 \cdot 4mm} = 7{,}31\ \frac{N}{mm^2}$$

zu 2) Gegenseitige Verdrehung

a) Bereich I

$$\varphi_I = \frac{M_T}{G \cdot I_p} \cdot l_1 = \frac{200000\ N\cdot mm \cdot 2000mm}{0{,}8 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 4021238{,}6\ mm^4} = 0{,}001243\ rad$$

$$\varphi_I = 0{,}001243 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}0712^\circ$$

b) Bereich II

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4 \cdot (3421{,}19 mm^2)^2}{\frac{1}{4mm} \cdot \pi \cdot (66mm)} = 903193\ mm^4$$

$$\varphi_{II} = \frac{M_T}{G \cdot I_T} \cdot l_2 = \frac{200000 N\cdot mm \cdot 1000mm}{0{,}8 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 903193\ mm^4} = 0{,}00277$$

$$\varphi_{II} = 0{,}00277 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}1586^\circ$$

$$\Delta\varphi = \varphi_I + \varphi_{II} = 0{,}0712^\circ + 0{,}1586^\circ = 0{,}2298^\circ$$

zu 3) Geschlitztes Kreisringprofil

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot (4mm)^3 \cdot \pi \cdot 66mm = 4423{,}36\ mm^4$$

$$\varphi_{II} = \frac{M_T}{G \cdot I_T} \cdot l_2 = \frac{200000 N\cdot mm \cdot 1000mm}{0{,}8 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2} \cdot 4423{,}36\ mm^4} = 0{,}5652$$

$$\varphi_{II} = 0{,}5652 \cdot \frac{180°}{\pi} = 32{,}38°$$

$$\Delta\varphi = \varphi_I + \varphi_{II} = 0{,}0712° + 32{,}38° = 32{,}45°$$

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{I_T} \cdot t = \frac{200000\ N \cdot mm}{4423{,}36\ mm^4} \cdot 4mm$$

$$\tau_{max} = 180{,}86\ \frac{N}{mm^2}$$